文部省検定済教科書 | 7 実教 | 工業 144

新版 電気基礎B

実 教 出 版

代 数 公 式

◆ 乗法公式・因数分解

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

(2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(4) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

(5) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

(6) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

(7) $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

(8) $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

◆ 分数式

(1) $\dfrac{1}{a}\pm\dfrac{1}{b}=\dfrac{b\pm a}{ab}$

(2) $\dfrac{b}{\dfrac{1}{a}}=ab$

(3) $\dfrac{1}{\dfrac{1}{a}\pm\dfrac{1}{b}}=\dfrac{ab}{b\pm a}$

◆ $ax^2+bx+c=0$ の根

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

◆ 指 数 $(a>0, b>0)$

(1) $x^0=1\ (x\neq0)$

(2) $a^{\frac{1}{p}}=\sqrt[p]{a}$

(3) $a^{\frac{q}{p}}=(\sqrt[p]{a})^q=\sqrt[p]{a^q}$

(4) $a^{-m}=\dfrac{1}{a^m}$

(5) $a^m a^n=a^{m+n}$

(6) $(a^m)^n=a^{mn}$

(7) $(ab)^m=a^m b^m$

◆ 対 数 $(a>0, a\neq1, x>0, y>0)$

(1) $\log_a 1=0$

(2) $\log_a a=1$

(3) $\log_a x^m=m\log_a x$

(4) $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$

(5) $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$

(6) $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}$ $(b>0,\ b\neq1)$

◆ 常用対数 ($\log_{10} x$) と自然対数 ($\log\ x$)

(1) $\log_{10} e=\dfrac{1}{\log 10}=0.434294$

(2) $\log 10=\dfrac{1}{\log_{10} e}=2.30259$

電気・磁気の単位

量	量記号	単位を定義する式	名称	単位記号
電流	I	基本	アンペア (ampere)	A
電圧	V	$P=VI$	ボルト (volt)	V
電気抵抗	R	$R=V/I$	オーム (ohm)	Ω
電気量 (電荷)	Q	$Q=It$	クーロン (coulomb)	C
静電容量	C	$C=Q/V$	ファラド (farad)	F
電界の強さ	E	$E=V/l$	ボルト毎メートル	V/m
電束密度	D	$D=Q/A$	クーロン毎平方メートル	C/m^2
誘電率	ε	$\varepsilon=D/E$	ファラド毎メートル	F/m
磁界の強さ	H	$H=I/l$	アンペア毎メートル	A/m
磁束	Φ	$V=\Delta\Phi/\Delta t$	ウェーバ (weber)	Wb
磁束密度	B	$B=\Phi/A$	テスラ (tesla)	T
自己 (相互) インダクタンス	L, (M)	$M=\Phi/I$	ヘンリー (henry)	H
透磁率	μ	$\mu=B/H$	ヘンリー毎メートル	H/m

lは長さ〔m〕　Aは面積〔m^2〕　Pは電力〔W〕

単位の倍数

名称	記号	大きさ	名称	記号	大きさ
テラ (tera)	T	10^{12}	デシ (deci)	d	10^{-1}
ギガ (giga)	G	10^{9}	**センチ** (centi)	c	10^{-2}
メガ (mega)	M	10^{6}	**ミリ** (milli)	m	10^{-3}
キロ (kilo)	k	10^{3}	**マイクロ** (micro)	μ	10^{-6}
ヘクト (hecto)	h	10^{2}	ナノ (nano)	n	10^{-9}
デカ (deca)	D	10	**ピコ** (pico)	p	10^{-12}

ギリシア文字

大文字	小文字	名称	大文字	小文字	名称	大文字	小文字	名称
A	α	アルファ	I	ι	イオタ	P	ρ	ロー
B	β	ベータ	K	κ	カッパ	Σ	σ	シグマ
Γ	γ	ガンマ	Λ	λ	ラムダ	T	τ	タウ
Δ	δ	デルタ	M	μ	ミュー	Υ	υ	ユプシロン
E	ε	エプシロン	N	ν	ニュー	Φ	φ, ϕ	ファイ
Z	ζ	ジータ	Ξ	ξ	クサイ	X	χ	カイ
H	η	イータ	O	o	オミクロン	Ψ	ψ	プサイ
Θ	θ	シータ	Π	π	パイ	Ω	ω	オメガ

昭和60年３月31日　文部省検定済　高等学校工業科用

新版 電気基礎B

宮入庄太

実教出版株式会社

監　修

東京工業大学名誉教授
東京電機大学教授
工学博士　宮入庄太

編　修

元東京都立本所工業高等学校長　緒方興助
東京都立本所工業高等学校教頭　新井芳明
東京都立本所工業高等学校教諭　飯高成男
東京都立本所工業高等学校教諭　岩沢孝治
東京都立江東工業高等学校長　大島正弘
元東京都立練馬工業高等学校教諭　鬼塚新一
東京都立練馬工業高等学校教諭　多田正美
東京都立北豊島工業高等学校教諭　柄本治利
元東京都立足立工業高等学校教諭　永田博義
信州大学教授
工学博士　山田一

協　力

大阪府立西野田工業高等学校教諭　上村康雄
大阪府立藤井寺工業高等学校教諭　佐々木尚
大阪市立此花工業高等学校教諭　竹田剛
元大阪市立泉尾工業高等学校長　藤倉文夫

目　　次

第5章　交流回路の計算

第6章 電 気 計 測

第7章 各種の波形

第8章　半導体素子と回路

「新版電気基礎A」　目次

第5章

交流回路の計算

第4章では，まず交流の電圧・電流を時間の関数として表す方法を学び，次にRだけの回路，Lだけの回路，Cだけの回路について調べ，さらにRL，RC，RLCなどの直列回路の計算や，交流電力など，交流の基礎となる事項について学んだ。ところが，回路が少し複雑になっても，第4章で学んだ方法では計算が煩雑になる。そこで電圧・電流・インピーダンスなどを複素数を使って，計算する方法が考え出された。これが記号法である。

ここでは，記号法による計算の方法を学び，いくつかの回路について，その活用法を学び，さらに三相交流について学習する。

力　率　計

記号法の取り扱い

この節の目標　記号法の基礎となる複素数について理解し，その計算の方法を学び，記号法の意味を考える。

1. 複素数とその計算

(1) 複　素　数

a を任意の実数とすれば，$a^2 \geqq 0$ がなりたつ。したがって，$a^2 < 0$ を満たす a は，実数ではない*。ゆえに，-1 の平方根の一つを $\sqrt{-1}$ と書けば，$(\sqrt{-1})^2 = -1$ がなりたつから，$\sqrt{-1}$ は実数ではない。$\sqrt{-1}$ を**虚数単位** (imaginary unit) といい，j という記号で表す**。定義から，

$$j^2 = -1 \qquad (1)$$

がなりたつ。

任意の実数 a_1, a_2 と j を用いた $a_1 + ja_2$ という式を，**複素数**(complex number) という。そして，$a_1 + ja_2$ を，数の仲間に加えることにしよう。

複素数 $a_1 + ja_2$ は，$a_1 = a_2 = 0$ のときに限り，0に等しいと定義し，$a_1 + ja_2 = 0$ と書く。したがって，二つの複素数 $a_1 + ja_2$, $b_1 + jb_2$ は，$a_1 = b_1$ かつ $a_2 = b_2$ のときに限り等しい。そして，$a_1 + ja_2 = b_1$

* この場合，a は実数ではないばかりか，数であるかどうかもわからない。

** 虚数単位 $\sqrt{-1}$ はふつう i で表される。電気回路では，電流の量記号の i とまぎらわしいので，虚数単位には j が使われる。

$+jb_2$ と書く*。

複素数の四則演算として，実数の通常の四則演算をそのまま用いるものと約束する。その際，j は通常の文字のように扱い，j^2 が生じた場合は，-1 で置き換える。このとき，複素数の四則演算は，次のように書ける。

加　算

$$(a_1+ja_2)+(b_1+jb_2)=(a_1+b_1)+j(a_2+b_2)$$

減　算

$$(a_1+ja_2)-(b_1+jb_2)=(a_1-b_1)+j(a_2-b_2)$$

乗　算**

$$(a_1+ja_2)(b_1+jb_2)=(a_1b_1-a_2b_2)+j(a_1b_2+b_1a_2)$$

除　算***

$$\frac{a_1+ja_2}{b_1+jb_2}=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{b_1{}^2+b_2{}^2}+j\frac{a_2b_1-a_1b_2}{b_1{}^2+b_2{}^2} \qquad (b_1 \fallingdotseq 0,\ b_2 \fallingdotseq 0)$$

任意の実数 a と複素数 $a+j0$ を同一視することによって，複素数全体の集合 $\boldsymbol{C}$ は，実数全体の集合 $\boldsymbol{R}$ を，真部分集合として含んでいることがわかる。したがって，$\boldsymbol{C}$ は，四則演算まで含めて，$\boldsymbol{R}$ を拡張した集合となっている。

a_1+ja_2 を，$\dot{z}$ という一つの複素数で表す。つまり，

$$\dot{z}=a_1+ja_2 \qquad (2)$$

以下，$\dot{z}$ のように文字の上にドットを付けて，複素数を表す。さて，

---

* $a_1+ja_2=b_1+jb_2$ ならば，$(a_1-b_1)+j(a_2-b_2)=0$ がなりたつ。これは，定義から，$a_1-b_1=0$ かつ $a_2-b_2=0$ のときに限り，なりたつ。したがって，$a_1=b_1$ かつ $a_2=b_2$ のときに限り，なりたつ。

** $(a_1+ja_2)(b_1+jb_2)=a_1b_1+ja_1b_2+jb_1a_2+j^2a_2b_2$
$=(a_1b_1-a_2b_2)+j(a_1b_2+b_1a_2)$ と計算すればよい。

*** $\dfrac{a_1+ja_2}{b_1+jb_2}=\dfrac{(a_1+ja_2)(b_1-jb_2)}{(b_1+jb_2)(b_1-jb_2)}=\dfrac{(a_1b_1+a_2b_2)+j(a_2b_1-a_1b_2)}{b_1{}^2+b_2{}^2}$
$=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{b_1{}^2+b_2{}^2}+j\dfrac{a_2b_1-a_1b_2}{b_1{}^2+b_2{}^2}$ と計算すればよい。

(2)において，a_1を$\dot{z}$の**実部**(real part)，a_2を$\dot{z}$の**虚部**(imaginary part)といい，それぞれ，$\mathrm{Re}\dot{z}$, $\mathrm{Im}\dot{z}$で表す。とくに，$\mathrm{Im}\dot{z}=0$のとき，$\dot{z}$は実数であった。また，$\mathrm{Re}\dot{z}=0$かつ$\mathrm{Im}\,\dot{z}\neq 0$のとき，$\dot{z}$を**純虚数**(pure imaginary number)という。

(2)において，a_1+ja_2に対して，虚部の符号だけが異なる複素数a_1-ja_2を$\dot{z}$の**共役**(conjugate)複素数といい，$\bar{\dot{z}}$で表す。$\overline{\dot{z}_1+\dot{z}_2}=\bar{\dot{z}}_1+\bar{\dot{z}}_2$*, $\overline{\dot{z}_1\dot{z}_2}=\bar{\dot{z}}_1\bar{\dot{z}}_2$**がなりたつ。また，$\dot{z}+\bar{\dot{z}}=2\mathrm{Re}\dot{z}$, $\dot{z}\bar{\dot{z}}=(\mathrm{Re}\dot{z})^2+(\mathrm{Im}\dot{z})^2$がなりたつから，$\dot{z}+\bar{\dot{z}}$と$\dot{z}\bar{\dot{z}}$は，ともに実数である。$\dot{z}-\bar{\dot{z}}$は，$2j\mathrm{Im}\dot{z}$に等しいから，純虚数である。複素数の除算などで，分母に含まれるjを消すときに，共役な複素数が利用される。

問 1. 次の式を計算せよ。

(1) $(2+j3)+(4-j)$　　(2) $(2+j5)(1+j3)$

(3) $(3+j2)+(6-j5)-(-2+j3)$　　(4) $j(4+j3)-\dfrac{1+j2}{j}$

(5) $\dfrac{1}{j}$　　(6) $\dfrac{1-j}{1+j}$

(7) $\left(\dfrac{1}{2}+j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\dfrac{1}{2}-j\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　(8) $(15-j20)(15+j20)$

(9) $\dfrac{4+j3}{3+j4}$　　(10) $\dfrac{3+j2}{3-j2}$

(2) 複　素　平　面

任意の複素数$\dot{z}$をとる。$\dot{z}$がa_1+ja_2で表されるとする。この$\dot{z}$を直交座標平面上の点(a_1, a_2)に対応させる。逆に，直交座標平面上の点(a_1, a_2)を定めると，複素数a_1+ja_2が決まる。ゆえに，

* $\overline{\dot{z}_1+\dot{z}_2}=(\mathrm{Re}\dot{z}_1+\mathrm{Re}\dot{z}_2)-j(\mathrm{Im}\dot{z}_1+\mathrm{Im}\dot{z}_2)=(\mathrm{Re}\dot{z}_1-j\mathrm{Im}\dot{z}_1)+(\mathrm{Re}\dot{z}_2-j\mathrm{Im}\dot{z}_2)$
$=\bar{\dot{z}}_1+\bar{\dot{z}}_2$

** $\overline{\dot{z}_1\dot{z}_2}=(\mathrm{Re}\dot{z}_1\mathrm{Re}\dot{z}_2-\mathrm{Im}\dot{z}_1\mathrm{Im}\dot{z}_2)-j(\mathrm{Re}\dot{z}_1\mathrm{Im}\dot{z}_2+\mathrm{Re}\dot{z}_2\mathrm{Im}\dot{z}_1)$
$=(\mathrm{Re}\dot{z}_1-j\mathrm{Im}\dot{z}_1)(\mathrm{Re}\dot{z}_2-j\mathrm{Im}\dot{z}_2)=\bar{\dot{z}}_1\bar{\dot{z}}_2$

この対応は一対一である。したがって，すべての複素数が平面上の点として表される。図1に示すように，各点が複素数を表していると考えるとき，その平面を**複素平面**（complex plane）という。複素平面の横軸を**実軸**（real axis），縦軸を**虚軸**（imaginary axis）という。

次に複素数 $\dot{z}$ のもう一つの表現形式を考えよう。

（i） $\dot{z} \neq 0$ の場合

図2の複素平面において，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{O}\dot{z}}$ の大きさを r，実軸に対して $\overrightarrow{\mathrm{O}\dot{z}}$ のなす角を θ とする。ここで，$r>0$ であり，θ は反時計回りの向きを正の向きと定める。このとき，

$$\mathrm{Re}\dot{z}=r\cos\theta$$

$$\mathrm{Im}\dot{z}=r\sin\theta$$

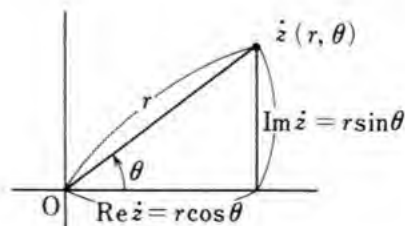
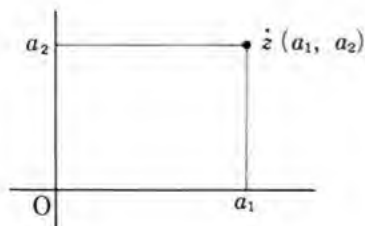
がなりたつから，

$$\dot{z}=r(\cos\theta+j\sin\theta) \qquad (3)$$

と表される。(3)の表し方を，複素数 $\dot{z}$ の**極形式**（polar form）という。ここで，r を $\dot{z}$ の**絶対値**（absolute value）といい，$|\dot{z}|$ と書く。また，θ を $\dot{z}$ の**偏角**（argument）といい，$\arg\dot{z}$ と書く。

$|\dot{z}|>0$ は明らかである。また，$|\dot{z}|=\sqrt{(\mathrm{Re}\dot{z})^2+(\mathrm{Im}\dot{z})^2}$ がなりたつから，$|\dot{z}|=\sqrt{\dot{z}\bar{\dot{z}}}$ である。なお，今後，$|\dot{z}|$ を z と書くことにする。

図1　複素平面

図2　極形式

$\arg\dot{z}$ は，$2n\pi$（n は整数）の差を無視すれば，一意的に定まる。したがって，$-\pi<\theta\leqq\pi$ の範囲で考える。この範囲を，偏角 θ の主値（principal value）という。

このとき，複素数 $\dot{z}$ と，その極形式 $r(\cos\theta+j\sin\theta)$ は，一対一に対応する。

（ii） $\dot{z}=0$ の場合

$r=0$ で，この場合，θ は定義しない。

問 2. 次の複素数を極形式で表せ。

(1) $2\sqrt{3}+j2$ (2) $-1+j\sqrt{3}$ (3) $-j5$

（3） 指数形の極形式

いま，

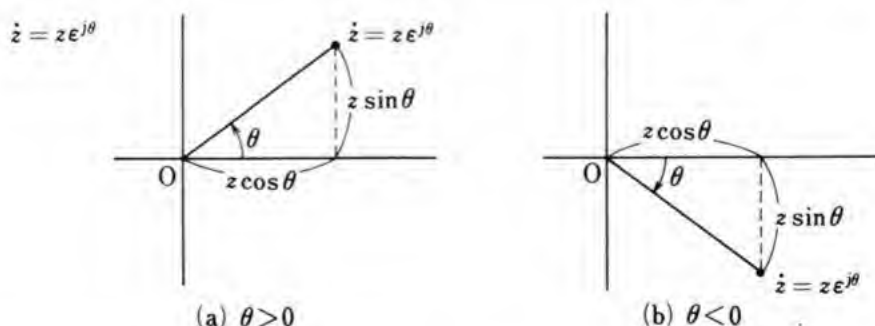
$$\cos\theta+j\sin\theta=\varepsilon^{j\theta} \qquad (4)^*$$

と定義する。このように定義すれば，任意の複素数 $\dot{z}$ は，$z(\cos\theta+j\sin\theta)$ と書けるから，

$$\dot{z}=z\varepsilon^{j\theta} \qquad (5)$$

と表される。（5）の表し方を，複素数 $\dot{z}$ の**指数形の極形式**という。

図 3 指数形の極形式

(a) $\theta>0$ (b) $\theta<0$

* 証明はしないが，実は，ε は自然対数の底である。

これを図3に示す。

さて，$\varepsilon^{j\theta}$ については，次の指数法則がなりたつ。

$$\varepsilon^{j\theta_1}\cdot\varepsilon^{j\theta_2}=\varepsilon^{j(\theta_1+\theta_2)} \qquad (6)$$

なぜならば，

$$\begin{aligned}\varepsilon^{j\theta_1}\cdot\varepsilon^{j\theta_2}&=(\cos\theta_1+j\sin\theta_1)(\cos\theta_2+j\sin\theta_2)\\&=\cos\theta_1\cos\theta_2-\sin\theta_1\sin\theta_2+j(\cos\theta_1\sin\theta_2+\sin\theta_1\cos\theta_2)\\&=\cos(\theta_1+\theta_2)+j\sin(\theta_1+\theta_2)\\&=\varepsilon^{j(\theta_1+\theta_2)}\end{aligned}$$

複素数を指数形の極形式で表し，乗算・除算を行ってみよう。

以下，$\dot{z}_1$, $\dot{z}_2$ が，次のように表されるとする。

$$\dot{z}_1=z_1\varepsilon^{j\theta_1}=a_1+ja_2$$

$$\dot{z}_2=z_2\varepsilon^{j\theta_2}=b_1+jb_2$$

したがって，

$$a_1=z_1\cos\theta_1,\quad a_2=z_1\sin\theta_1 \qquad (7)$$

$$b_1=z_2\cos\theta_2,\quad b_2=z_2\sin\theta_2 \qquad (8)$$

がなりたっている。

乗　算　$\dot{z}_1$ と $\dot{z}_2$ の積 $\dot{z}_3$ が $z_3\varepsilon^{j\theta_3}$ で表されるとする。このとき，

$$\dot{z}_3=\dot{z}_1\dot{z}_2=z_1\varepsilon^{j\theta_1}\cdot z_2\varepsilon^{j\theta_2}=z_1z_2\varepsilon^{j(\theta_1+\theta_2)}=z_3\varepsilon^{j\theta_3} \qquad (9)$$

がなりたつ。したがって，

$$z_3=z_1z_2$$

$$\theta_3=\theta_1+\theta_2\quad \text{つまり}\quad \arg(\dot{z}_1\dot{z}_2)=\arg\dot{z}_1+\arg\dot{z}_2$$

がなりたつ。すなわち，積の絶対値は各因数の絶対値の積に等しく，積の偏角は各因数の偏角の和に等しい。(9) を図4に図示する。

なお，図4に示すように，点O，1，$\dot{z}_1$ を頂点にもつ三角形と，点O，$\dot{z}_2$, $\dot{z}_3$ を頂点にもつ三角形は相似である。なぜならば，$\theta_3=\theta_1+\theta_2$ より，$\angle\dot{z}_2\mathrm{O}\dot{z}_3=\theta_3-\theta_2=\theta_1=\angle\mathrm{AO}\dot{z}_1$ がなりたち，かつ，

$|\overrightarrow{O\dot{z}_3}|:|\overrightarrow{O\dot{z}_1}|=z_1z_2:z_1=z_2:1=|\overrightarrow{O\dot{z}_2}|:|\overrightarrow{OA}|$ がなりたつからである。

ところで，(7)，(8) から，

$$\begin{aligned}\dot{z}_1\dot{z}_2&=z_1z_2\varepsilon^{j(\theta_1+\theta_2)}\\&=z_1z_2\{\cos(\theta_1+\theta_2)+j\sin(\theta_1+\theta_2)\}\\&=z_1\cos\theta_1\cdot z_2\cos\theta_2-z_1\sin\theta_1\cdot z_2\sin\theta_2\\&\quad+j(z_1\cos\theta_1\cdot z_2\sin\theta_2+z_1\sin\theta_1\cdot z_2\cos\theta_2)\\&=a_1b_1-a_2b_2+j(a_1b_2+a_2b_1)\end{aligned}$$

がなりたち，指数形の極形式で表した乗算と，3ページに書いた乗算とは同一であることがわかる。

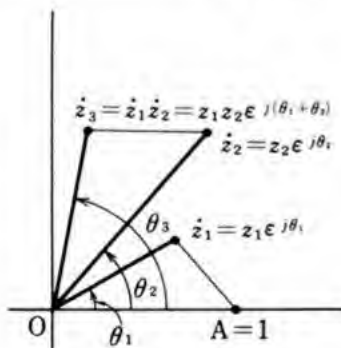
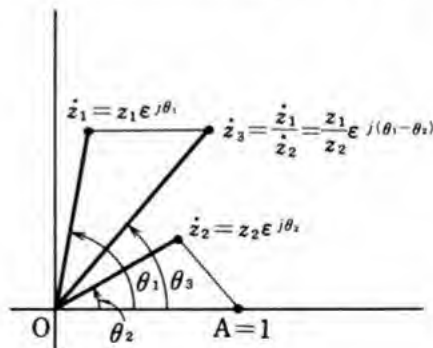
除　算　$\dot{z}_1$ を $\dot{z}_2$ で割った商 $\dot{z}_3$ が $z_3^{j\theta_3}$ で表されるとする。ただし，$\dot{z}_2\neq0$ とする。このとき，

$$\dot{z}_3=\frac{\dot{z}_1}{\dot{z}_2}=\frac{z_1\varepsilon^{j\theta_1}}{z_2\varepsilon^{j\theta_2}}=\frac{z_1}{z_2}\varepsilon^{j(\theta_1-\theta_2)}=z_3\varepsilon^{j\theta_3}\qquad(10)$$

がなりたつ。したがって，

$$z_3=\frac{z_1}{z_2}$$

図 4　複素数の乗算

図 5　複素数の除算

$$\theta_3=\theta_1-\theta_2 \quad \text{つまり} \quad \arg\left(\frac{\dot{z}_1}{\dot{z}_2}\right)=\arg\dot{z}_1-\arg\dot{z}_2$$

がなりたつ。(10) を図5に図示する。

なお，図5に示すように，

$$\triangle \mathrm{OA}\dot{z}_2 \backsim \triangle \mathrm{O}\dot{z}_3\dot{z}_1$$

がなりたつことは，明らかである。

ところで，(7)，(8) から，

$$\frac{\dot{z}_1}{\dot{z}_2}=\frac{z_1}{z_2}\varepsilon^{j(\theta_1-\theta_2)}$$

$$=\frac{z_1z_2}{{z_2}^2}\{\cos(\theta_1-\theta_2)+j\sin(\theta_1-\theta_2)\}$$

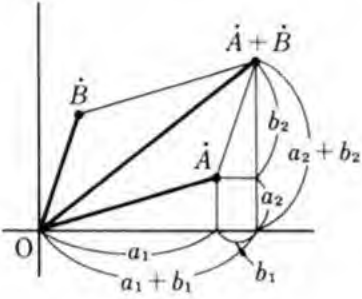
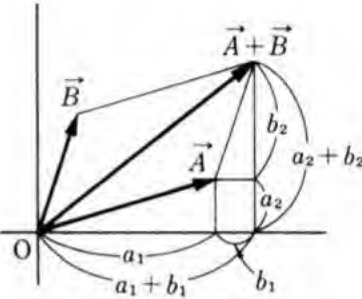
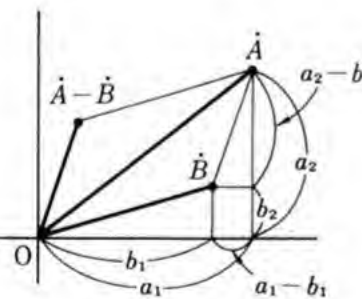
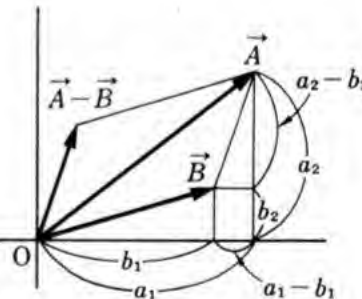
$$=\frac{z_1\cos\theta_1\cdot z_2\cos\theta_2+z_1\sin\theta_1\cdot z_2\sin\theta_2}{(z_2\cos\theta_2)^2+(z_2\sin\theta_2)^2}$$

$$+j\,\frac{z_1\sin\theta_1\cdot z_2\cos\theta_2-z_1\cos\theta_1\cdot z_2\sin\theta_2}{(z_2\cos\theta_2)^2+(z_2\sin\theta_2)^2}$$

$$=\frac{a_1b_1+a_2b_2}{{b_1}^2+{b_2}^2}+j\,\frac{a_2b_1-a_1b_2}{{b_1}^2+{b_2}^2}$$

がなりたち，指数形の極形式で表した除算と，3ページに書いた除算とは同一であることがわかる。

〔例〕 複素数 $4+j3$ を指数形の極形式で表す。

絶対値 z は $\sqrt{4^2+3^2}=5$，偏角 θ は，$\tan\theta=\dfrac{3}{4}$ であるから，0.644 [rad] である。したがって，$5\varepsilon^{j0.644}$ となる。

問 3. $\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}=j$, $\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}=-j=\dfrac{1}{j}$ となることを確かめよ。

問 4. 複素数 $6+j8$ を，指数形の極形式で表せ。

問 5. $\dot{z}_1=10\varepsilon^{j0.644}$, $\dot{z}_2=5\varepsilon^{j0.321}$ のとき，

$\dot{z}_3$ が $\dot{z}_1\dot{z}_2$ に，$\dot{z}_4$ が $\dfrac{\dot{z}_1}{\dot{z}_2}$ に等しいとする。このとき，$\dot{z}_3$, $\dot{z}_4$ を求めよ。

表 1　複素数とベクトル

	複　素　数	ベ　ク　ト　ル
	複素数 $\dot{A}=a_1+ja_2$ 複素数 $\dot{B}=b_1+jb_2$	ベクトル$\vec{A}=(a_1,\ a_2)$ ベクトル$\vec{B}=(b_1,\ b_2)$
加算	$\dot{A}+\dot{B}=(a_1+b_1)+j(a_2+b_2)$ 複素数の加算	$\vec{A}+\vec{B}=\{(a_1+b_1),\ (a_2+b_2)\}$ ベクトルの加算
減算	$\dot{A}-\dot{B}=(a_1-b_1)+j(a_2-b_2)$ 複素数の減算	$\vec{A}-\vec{B}=\{(a_1-b_1),\ (a_2-b_2)\}$ ベクトルの減算

問 6. 次の複素数を a_1+ja_2 の形で表せ。

(1) $20\varepsilon^{j\frac{\pi}{6}}$　(2) $10\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$

(4) 複素数とベクトル

任意の複素数 $\dot{A}$ は，複素平面上に点として表されるだけでなく，原点 O からその点へ向かうベクトルとして表される。実際，$\dot{A}$ が a_1+ja_2 で表されるとすると，$\dot{A}$ に (a_1, a_2) で表されるベクトル $\overrightarrow{A}$ を対応させれば，この対応は一対一である。そして，表1のように，複素数 $\dot{A}, \dot{B}$ の加算，減算は，それぞれ，ベクトル $\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}$ の加算，減算で幾何学的に表示できる。したがって，複素数は一種の2次元ベクトルである。複素数およびその演算を複素平面上のベクトルで表示したものをベクトル図という。

ベクトル図は，視覚にうったえてわかりやすいので，今後これを適宜利用する。

2. 複素数による *V*, *I*, *Z* の表し方

(1) 正弦波交流の複素数による表示

第4章第1節の3で学んだが，図6に示す回路に，次の (11)，(12) で表される正弦波交流 i_1, i_2 が流れているとき，その和の正弦波交流 i は，(13) で表すことができた。

$$i_1=\sqrt{2}\ I_1\sin(\omega t+\theta_1) \tag{11}$$

$$i_2=\sqrt{2}\ I_2\sin(\omega t+\theta_2) \tag{12}$$

$$i=\sqrt{2}\ I\sin(\omega t+\theta) \tag{13}$$

ただし，$I=\sqrt{I_1{}^2+I_2{}^2+2I_1I_2\cos(\theta_1-\theta_2)}$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2}{I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2}\left(-\frac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}\text{とする。}\right)$$

さて，任意の正弦波 a をとる。a が次のように表されるとする。

$$a=\sqrt{2}\ A\sin(\omega t+\alpha) \tag{14}$$

このとき，a に対して，次のように表される複素数 $\dot{a}$ を対応させる対応を $\boldsymbol{F}$ とする。

$$\dot{a}=\sqrt{2}\ A\varepsilon^{j(\omega t+\alpha)}=\sqrt{2}\ A\{\cos(\omega t+\alpha)+j\sin(\omega t+\alpha)\} \tag{15}$$

ここで，$\mathrm{Im}\,\dot{a}=a$ がなりたっている。

いま，対応 $\boldsymbol{F}$ により，(11), (12), (13) の正弦波交流 i_1, i_2, i に対して，それぞれ，複素数 $\dot{i}_1, \dot{i}_2, \dot{i}$ を対応させると，$\dot{i}_1, \dot{i}_2, \dot{i}$ は，次のように表される。

$$\dot{i}_1=\sqrt{2}\ I_1\varepsilon^{j(\omega t+\theta_1)}=\sqrt{2}\ I_1\{\cos(\omega t+\theta_1)+j\sin(\omega t+\theta_1)\} \tag{16}$$

$$\dot{i}_2=\sqrt{2}\ I_2\varepsilon^{j(\omega t+\theta_2)}=\sqrt{2}\ I_2\{\cos(\omega t+\theta_2)+j\sin(\omega t+\theta_2)\} \tag{17}$$

$$\dot{i}=\sqrt{2}\ I\varepsilon^{j(\omega t+\theta)}=\sqrt{2}\ I\{\cos(\omega t+\theta)+j\sin(\omega t+\theta)\} \tag{18}$$

そして，

$$\begin{aligned}\dot{i}_1+\dot{i}_2&=\sqrt{2}\ I\{\cos(\omega t+\theta)+j\sin(\omega t+\theta)\}^*\\&=\sqrt{2}\ I\varepsilon^{j(\omega t+\theta)}\\&=\dot{i}\end{aligned}$$

がなりたつ。つまり，対応 $\boldsymbol{F}$ により，$i=i_1+i_2$ ならば，$\dot{i}=\dot{i}_1+\dot{i}_2$

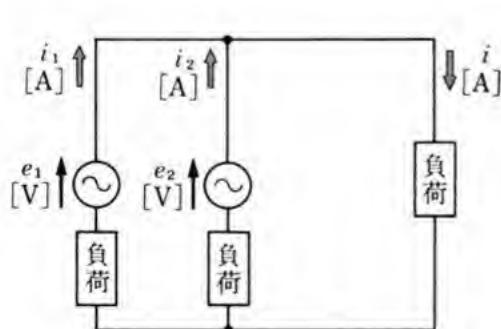
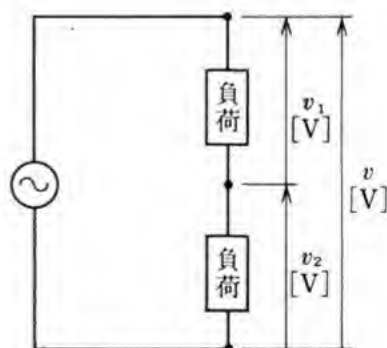



図 6　　　図 7

がなりたつ。したがって，対応 $\boldsymbol{F}$ は，加算まで含めて，一対一の対応である。

すなわち，正弦波交流の合成は，対応 $\boldsymbol{F}$ によるその複素数表示の虚部に注目すれば，複素数表示で行えることが明らかとなった。

なお，以上のことは，正弦波交流電圧についてもなりたつ。すなわち，図7に示す回路で，

$$v_1=\sqrt{2}\ V_1\sin(\omega t+\theta_1)$$
$$v_2=\sqrt{2}\ V_2\sin(\omega t+\theta_2)$$
$$v=v_1+v_2=\sqrt{2}\ V\sin(\omega t+\theta)$$

ただし，$V=\sqrt{V_1{}^2+V_2{}^2+2V_1V_2\cos(\theta_1-\theta_2)}$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{V_1\sin\theta_1+V_2\sin\theta_2}{V_1\cos\theta_1+V_2\cos\theta_2}$$

がなりたっているとき，前述の対応 $\boldsymbol{F}$ により，v_1, v_2, v に，それぞれ，複素数 $\dot{v}_1, \dot{v}_2, \dot{v}$ を対応させれば，$\dot{v}_1+\dot{v}_2=\dot{v}$ がなりたつ。

さて，これらの $\dot{i}_1, \dot{i}_2, \dot{i}$ を複素平面上にとると，図8(a)に示すことができる。$\dot{i}_1, \dot{i}_2, \dot{i}$ の複素平面上の各点は，時間 t の経過に従って，反時計回りに回転し，$t=0$ の時刻では，図(b)の状態で示される。

$\dot{i}_1, \dot{i}_2, \dot{i}$ は，同じ角周波数で回転するので，これらの相対的な関

---

* (前ページの注)

$$\dot{i}_1+\dot{i}_2=\sqrt{2}\ (I_1\cos\omega t\cos\theta_1-I_1\sin\omega t\sin\theta_1+jI_1\sin\omega t\cos\theta_1+jI_1\cos\omega t\sin\theta_1$$
$$+I_2\cos\omega t\cos\theta_2-I_2\sin\omega t\sin\theta_2+jI_2\sin\omega t\cos\theta_2+jI_2\cos\omega t\sin\theta_2)$$
$$=\sqrt{2}\ [(I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2)\cos\omega t-(I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2)\sin\omega t$$
$$+j\{(I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2)\sin\omega t+(I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2)\cos\omega t\}]$$
$$=\sqrt{2}\ \sqrt{(I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2)^2+(I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2)^2}\ \{\cos(\omega t+\theta)+j\sin(\omega t+\theta)\}$$
$$=\sqrt{2}\ I\{\cos(\omega t+\theta)+j\sin(\omega t+\theta)\}$$

ただし，$I=\sqrt{I_1{}^2+I_2{}^2+2I_1I_2\cos(\theta_1-\theta_2)}$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2}{I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2}\qquad\left(-\frac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}\ とする。\right)$$

係は変わらず，図(b)で代表させることができる。

瞬時値 i[A] の代わりに，実効値 I[A] の複素数表示を考えても同様のことがなりたつ。

すなわち，$\dot{I}_1=\dfrac{\dot{i}_1}{\sqrt{2}}$，$\dot{I}_2=\dfrac{\dot{i}_2}{\sqrt{2}}$，$\dot{I}=\dfrac{\dot{i}}{\sqrt{2}}$ とおけば，(16)，(17)，(18)より，

$$\dot{I}_1=I_1\,\varepsilon^{j(\omega t+\theta_1)}$$

$$\dot{I}_2=I_2\,\varepsilon^{j(\omega t+\theta_2)}$$

$$\dot{I}=I\,\varepsilon^{j(\omega t+\theta)}$$

と，一意的に表示ができて，$i=i_1+i_2$ のとき，$\dot{i}=\dot{i}_1+\dot{i}_2$ であったから，$\dot{I}_1+\dot{I}_2=\dot{I}$ もなりたつ。

なお，以上のことは，正弦波交流電圧についてもなりたつ。すなわち，$\dot{V}_1=\dfrac{\dot{v}_1}{\sqrt{2}}$，$\dot{V}_2=\dfrac{\dot{v}_2}{\sqrt{2}}$，$\dot{V}=\dfrac{\dot{v}}{\sqrt{2}}$ とおけばよい。

（2） *R*, *L*, *C* 単独の回路の *v*, *i* の複素数表示

第4章第2節で学んだが，R だけの回路，L だけの回路，C だ

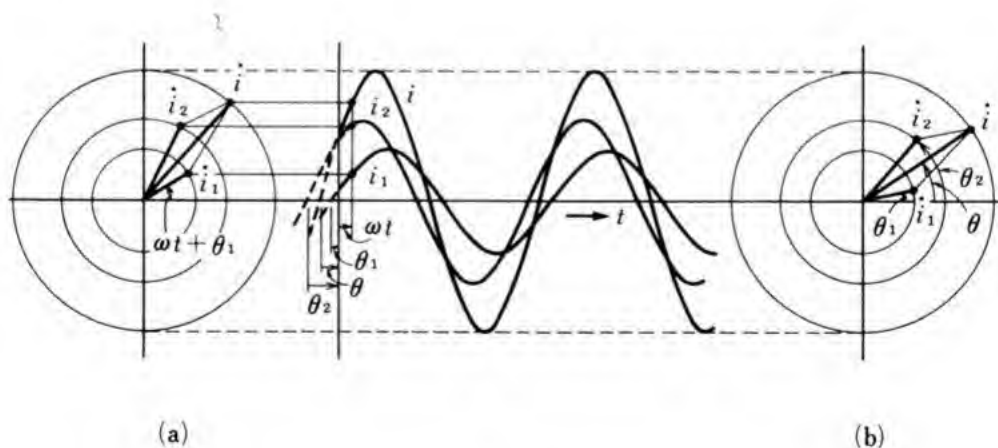



図 8

けの回路において，交流電圧 v [V] と交流 i [A] の大きさの関係ならびに位相の関係は，それぞれ，図 9 (a), (e), (i) の ①，② および ③，④ ならびに ⑤，⑥ で表すことができた。

以下の回路では，前述の対応 $\boldsymbol{F}$ により，$v=\mathrm{Im}\dot{v}$, $i=\mathrm{Im}\dot{i}$ として，v, i を，それぞれ，$\dot{v}, \dot{i}$ と複素数表示して考える。

R だけの回路

この回路では，v と i は同相であったから，

$$\dot{v}=\sqrt{2}\ V\varepsilon^{j\omega t} \tag{19}$$

$$\dot{i}=\sqrt{2}\,\frac{V}{R}\varepsilon^{j\omega t} \tag{20}$$

と表示できる。

$\dot{v}$ と $\dot{i}$ を複素平面上にとると，図(b) に示すことができる。$\dot{v}, \dot{i}$ の複素平面上の各点は，時間 t の経過に従って，反時計回りに回転し，$t=0$ の時刻では，図 (c) の状態で示される。

L だけの回路

この回路では，i は v より $\frac{\pi}{2}$ [rad] 位相が遅れていたから，

$$\dot{v}=\sqrt{2}\ V\varepsilon^{j\omega t} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}\dot{i}&=\sqrt{2}\,\frac{V}{\omega L}\,\varepsilon^{j\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)}\\&=\sqrt{2}\,\frac{V}{\omega L}\,\varepsilon^{j\omega t}\cdot\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}\\&=\sqrt{2}\ \frac{V}{\omega L}\,\frac{\varepsilon^{j\omega t}}{\varepsilon^{j\left(\frac{\pi}{2}\right)}}\\&=\sqrt{2}\,\frac{V}{j\omega L}\,\varepsilon^{j\omega t}\end{aligned} \tag{22}$$

と表示できる。なお，(22) では，位相が $\frac{\pi}{2}$ [rad] 遅れることの表示は，j で割るという表示と等しいことに留意したい。

$\dot{v}$, $\dot{i}$ を複素平面上にとると，図 (f) に示すことができる。$\dot{v}$, $\dot{i}$ の複素平面上の各点は，時間 t の経過に従って，反時計回りに回転し，$t=0$ の時刻では，図 (g) の状態で示される。 5

C だけの回路

この回路では，i は v より $\frac{\pi}{2}$ [rad] 位相が進んでいたから，

$$\dot{v}=\sqrt{2}\ V\varepsilon^{j\omega t} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}\dot{i}&=\sqrt{2}\ \omega CV\varepsilon^{j\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)}\\&=\sqrt{2}\ \omega CV\varepsilon^{j\omega t}\cdot\varepsilon^{j\left(\frac{\pi}{2}\right)}\\&=\sqrt{2}\ j\omega CV\varepsilon^{j\omega t}\end{aligned} \tag{24}$$

10

と表示できる。なお，(24) では，位相が $\frac{\pi}{2}$ [rad] 進むことの表示は，j を掛けるという表示と等しいことに留意したい。

$\dot{v}$, $\dot{i}$ を複素平面上にとると，図 (j) に示すことができる。$\dot{v}$, $\dot{i}$ の複素平面上の各点は，時間 t の経過に従って，反時計回りに回転し， 15
$t=0$ の時刻では，図 (k) の状態で示される。

以上の各回路において，$\dot{v}$, $\dot{i}$ は，同じ角周波数で回転するので，$\dot{v}$, $\dot{i}$ の相対的な関係は変わらず，それぞれ，図 (c)，(g)，(k) で代表させることができる。

瞬時値 v [V], i [A] の代わりに，それぞれ，実効値 V [V], I [A] 20
の複素数表示 $\dot{V}$，$\dot{I}$ を考えても同様なことがなりたつ。なお，$t=0$ の場合のみを考えておく。

すなわち，

R だけの回路では，(25) がなりたち，その状態は図 (d) で示さ

i [A]
v [V]
R [Ω]
e [V]
$v=\sqrt{2}\,V\sin\omega t$ ①
$i=\sqrt{2}\,\dfrac{V}{R}\sin\omega t$ ②
(a)
$\dot{v}=\sqrt{2}\,V\varepsilon^{j\omega t}$
$\dot{i}=\sqrt{2}\,\dfrac{V}{R}\varepsilon^{j\omega t}$
(b)
(c)
(d)
i [A]
v [V]
L [H]
e [V]
$v=\sqrt{2}\,V\sin\omega t$ ③
$i=\sqrt{2}\,\dfrac{V}{\omega L}\sin\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$ ④
(e)
$\dot{v}=\sqrt{2}\,V\varepsilon^{j\omega t}$
$\dot{i}=\sqrt{2}\,\dfrac{V}{j\omega L}\varepsilon^{j\omega t}$
(f)
(g)
(h)
i [A]
v [V]
C [F]
e [V]
$v=\sqrt{2}\,V\sin\omega t$ ⑤
$i=\sqrt{2}\,\omega CV\sin\left(\omega t+\dfrac{\pi}{2}\right)$ ⑥
(i)
$\dot{v}=\sqrt{2}\,V\varepsilon^{j\omega t}$
$\dot{i}=\sqrt{2}\,j\omega CV\varepsilon^{j\omega t}$
(j)
(k)
(l)

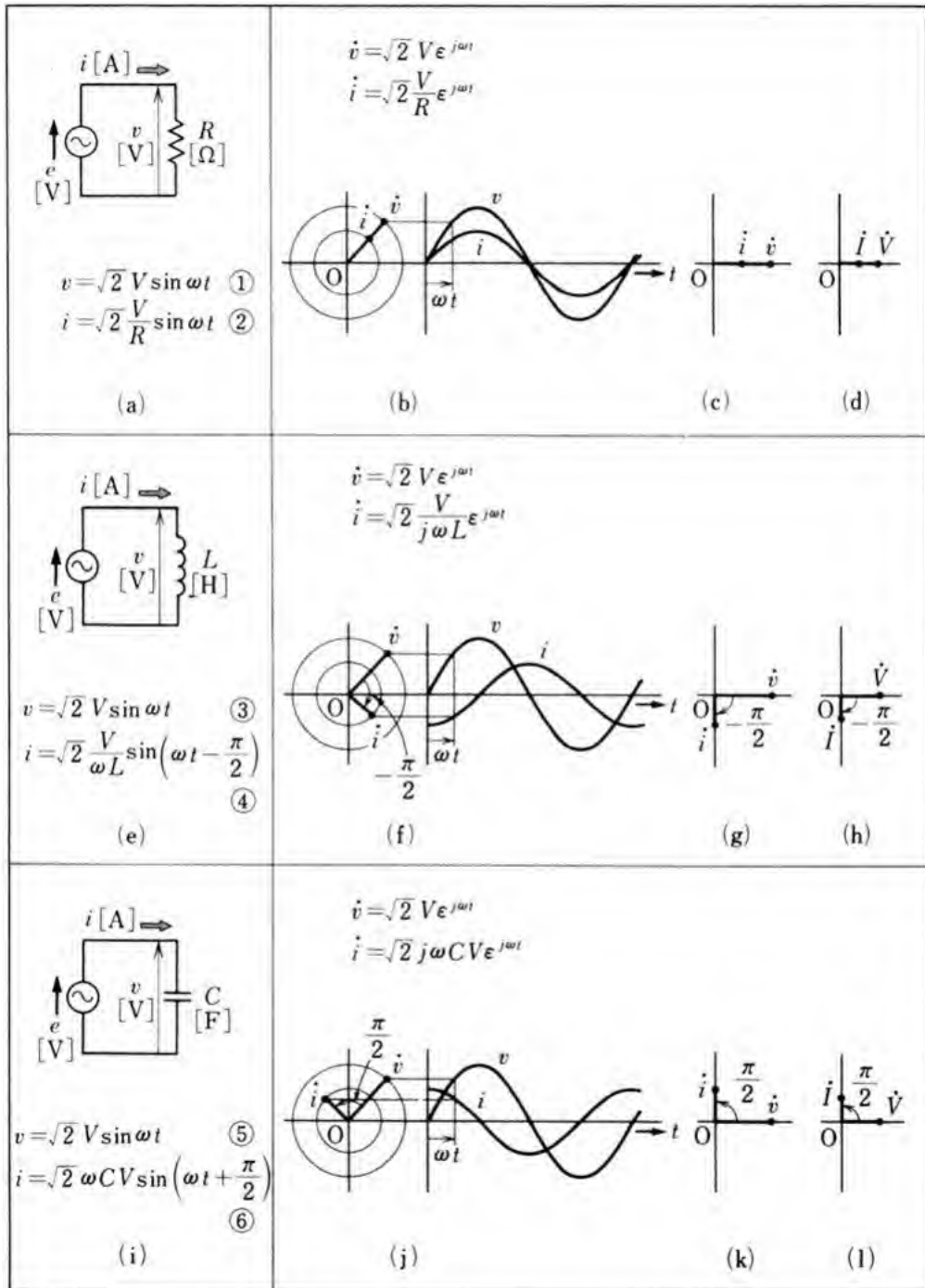



図 9

れる。

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}}{R} \tag{25}$$

L だけの回路では，(26) がなりたち，その状態は図(h)で示される。

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}}{j\omega L} \tag{26}$$

5

C だけの回路では，(27) がなりたち，その状態は図(1)で示される。

$$\dot{I}=j\omega C\dot{V} \tag{27}$$

（3）　インピーダンスの表し方

実効値で表した電圧 V と，電流 I との比 Z をインピーダンスとよんだように，複素数で表した電圧 $\dot{V}$ と，電流 $\dot{I}$ との比を**複素インピーダンス** (complex impedance) といい，$\dot{Z}$ で表す。

10

$$\dot{Z}=\frac{\dot{V}}{\dot{I}} \tag{28}$$

R だけの回路では，(25) から，$\dot{Z}$ は次のように表される。

$$\dot{Z}=\frac{\dot{V}}{\dot{I}}=R \tag{29}$$

15

L だけの回路では，(26) から，$\dot{Z}$ は次のように表される。

$$\dot{Z}=\frac{\dot{V}}{\dot{I}}=j\omega L=\omega L\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}} \tag{30}$$

C だけの回路では，(27) から，$\dot{Z}$ は次のように表される。

$$\dot{Z}=\frac{\dot{V}}{\dot{I}}=\frac{1}{j\omega C}=\frac{1}{\omega C}\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)} \tag{31}$$

一般に，複素インピーダンス $\dot{Z}$ は，角周波数 ω の関数であり，$\dot{Z}=Z\varepsilon^{j\theta}$ の形で表され，Z をインピーダンスの絶対値，または大きさといい，θ をインピーダンス角という。

20

交流回路では，R, L, C ともに，電源の周波数を変える働きはないから，電圧も電流も周波数は電源の周波数によって定まる。周波数 f [Hz] が一定ならば，角周波数 ω [rad/s] も一定である。

ω が一定であれば，実効値と位相の関係がわかれば，電流・電圧・インピーダンスの関係が定まる。

したがって，電圧・電流・インピーダンスに $\dot{V}, \dot{I}, \dot{Z}$ およびこれらの関係を使うことによって，交流回路の計算を簡便に行うことができる。

このように，交流の電圧・電流・インピーダンスを複素数で表し，回路の計算をする方法を**記号法** (symbolic method) という。記号法では複素インピーダンスを単にインピーダンスという。

表2に，R, L, C 単独の回路における $\dot{V}$ と $\dot{I}$ との関係，およびインピーダンスについて示した。

> **例題** **1**．図10の回路の電圧 $\dot{V}$ が 100 [V] で，角周波数 ω が 100π [rad/s] である。この回路のインピーダンス $\dot{Z}$ を求めよ。また，電流 $\dot{I}$ を求め，$\dot{V}$ と $\dot{I}$ の関係をベクトル図で表せ。

解答　L だけの回路のインピーダンス $\dot{Z}$ は，次のように表せる。

$$\dot{Z}=j\omega L=\omega L\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$=100\pi\times100\times10^{-3}\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$=10\pi\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}=31.4\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}\ [\Omega]$$

電流 $\dot{I}$ は，次の等式で求まる。

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}}{\dot{Z}}=\frac{100}{31.4\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}}=3.18\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}\ [\mathrm{A}]$$

$\dot{I}$ [A]　ω [rad/s]　$\dot{V}$ [V]　L 100 [mH]

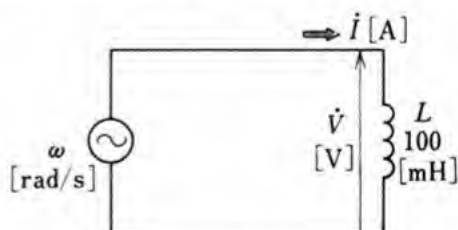
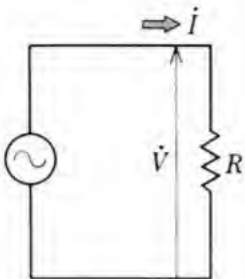
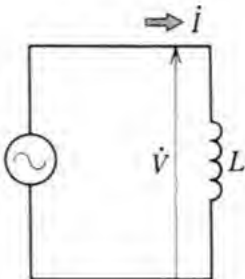
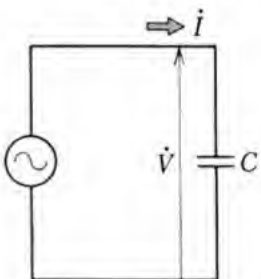
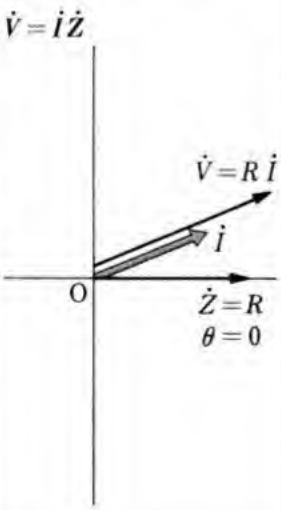
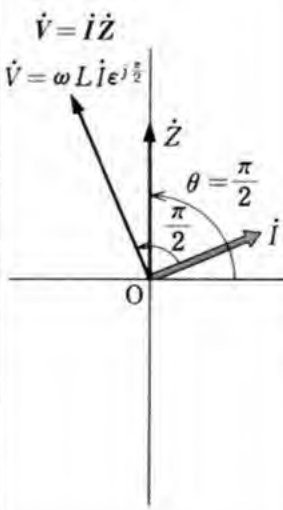
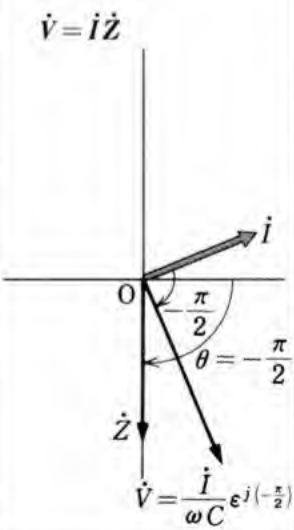



図 10　L だけの回路

表 2　*R*, *L*, *C* 単独の回路におけるインピーダンス

	R だけの回路	*L* だけの回路	*C* だけの回路
回路	$\dot{I}$　$\dot{V}$　R	$\dot{I}$　$\dot{V}$　L	$\dot{I}$　$\dot{V}$　C
インピーダンス	$\dot{I}=\frac{1}{R}\dot{V}$ $\dot{Z}=R$ $\theta=0$ ($\mathrm{Im}\,\dot{Z}=0$のとき)	$\dot{I}=\frac{1}{j\omega L}\dot{V}$ $=\frac{1}{\omega L}\dot{V}\varepsilon^{j(-\frac{\pi}{2})}$ $\dot{Z}=j\omega L$ $=\omega L\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$ $\theta=\frac{\pi}{2}$ ($\mathrm{Re}\,\dot{Z}=0$, $\mathrm{Im}\,\dot{Z}>0$のとき)	$\dot{I}=j\omega C\dot{V}$ $=\omega C\dot{V}\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$ $\dot{Z}=\frac{1}{j\omega C}=-\frac{1}{\omega C}j$ $=\frac{1}{\omega C}\varepsilon^{j(-\frac{\pi}{2})}$ $\theta=-\frac{\pi}{2}$ ($\mathrm{Re}\,\dot{Z}=0$, $\mathrm{Im}\,\dot{Z}<0$のとき)
ベクトル図	$\dot{V}=\dot{I}\dot{Z}$ $\dot{V}=R\dot{I}$ $\dot{I}$ O $\dot{Z}=R$ $\theta=0$	$\dot{V}=\dot{I}\dot{Z}$ $\dot{V}=\omega L\dot{I}\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$ $\dot{Z}$ $\theta=\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ $\dot{I}$ O	$\dot{V}=\dot{I}\dot{Z}$ $\dot{I}$ O $-\frac{\pi}{2}$ $\theta=-\frac{\pi}{2}$ $\dot{Z}$ $\dot{V}=\frac{\dot{I}}{\omega C}\varepsilon^{j(-\frac{\pi}{2})}$

電流は $I=3.18$ [A] で，位相は電圧より $\frac{\pi}{2}$ [rad] だけ遅れる。

$$I=\frac{V}{Z}=\frac{100}{31.4}=3.18\,[\mathrm{A}]$$

図 11　ベクトル図

問 7.　図 10 の回路の電流 $\dot{I}$ が 0.1 [A] で，角周波数 ω が 120π[rad/s] である。この回路のインピーダンスを求めよ。また，電圧 $\dot{V}$ を求め，$\dot{V}$ と $\dot{I}$ の関係をベクトル図で表せ。

> **例題 2.**　図 12 の回路の電流 $\dot{I}$ が 1 [A] で，周波数が 60 [Hz] である。この回路のインピーダンス $\dot{Z}$ を求めよ。また，電圧 $\dot{V}$ を求め，$\dot{V}$ と $\dot{I}$ の関係をベクトル図で表せ。

解答　C だけの回路のインピーダンス $\dot{Z}$ は，次のように表せる。

$$\dot{Z}=\frac{1}{j\omega C}=\frac{1}{\omega C}\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{1}{2\pi fC}\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$=\frac{1}{2\pi\times 60\times 200\times 10^{-6}}\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}=\frac{10^3}{24\pi}\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}=13.3\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}\,[\Omega]$$

電圧 $\dot{V}$ は，次の等式で求まる。

$$\dot{V}=\dot{I}\dot{Z}=1\times 13.3\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$=13.3\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}\,[\mathrm{V}]$$

電圧は $V=13.3$ [V] で，位相は電流より $\frac{\pi}{2}$ [rad] だけ遅れる。

図 12　C だけの回路

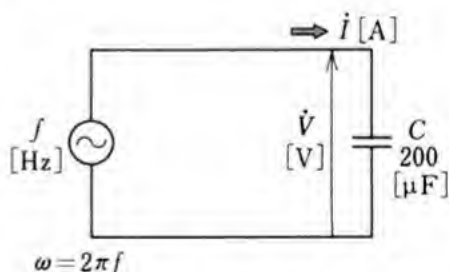
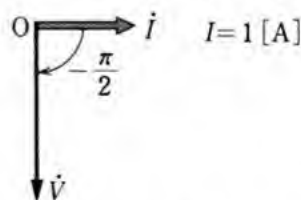
問 8.　図 12の回路の電圧 $\dot{V}$ が 100 [V] で，周波数が 50 [Hz] である。この回路のインピーダンス $\dot{Z}$ を求めよ。また，電流 $\dot{I}$ を求め，$\dot{V}$ と $\dot{I}$ の関係をベクトル図で表せ。

$$V=IZ=1\times 13.3=13.3\,[\mathrm{V}]$$

図 13　ベクトル図

問　　題

1．$R=12$ [Ω] の抵抗に，$\dot{V}=50\varepsilon^{j\left(\frac{\pi}{2}\right)}$ [V] の電圧が加わるときに流れる電流 $\dot{I}$ [A] を求めよ。また，$\dot{V}$ と $\dot{I}$ の関係をベクトル図で表せ。

2．図14の回路のインピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] を求め，回路に流れる電流 $\dot{I}$ [A] を求めよ．

3．図15の回路のインピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] を求め，回路と $\dot{I}=2$ [A] の電流を流すための電圧 $\dot{V}$ [V] を求めよ。

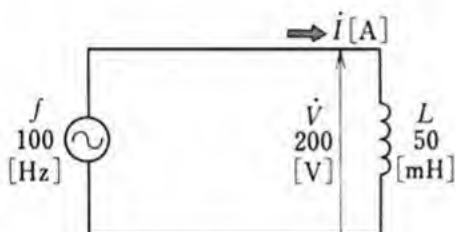
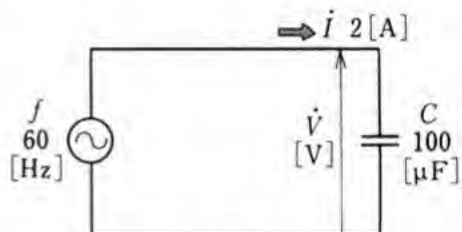



図 14　　図 15

記号法による計算

この節の目標　交流回路の電圧・電流・インピーダンスを記号法で表示する方法と考え方について学んだ。ここでは，それを応用して，いくつかの回路について計算をしてみよう。

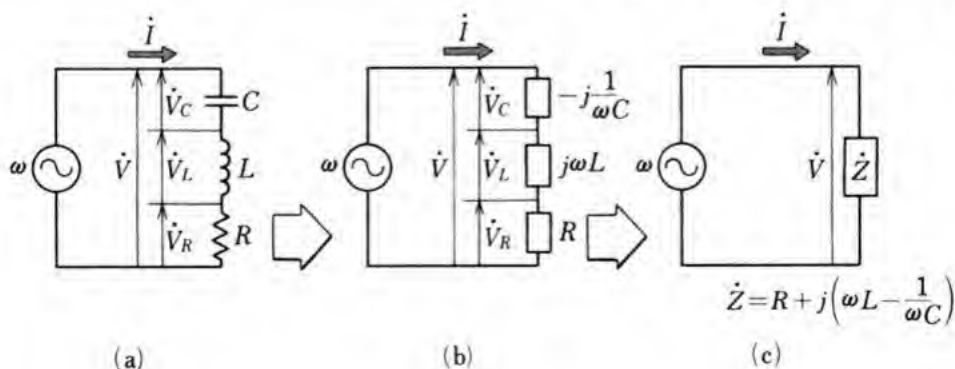
1. 直列回路

図1(a)の RLC 直列回路に流れる電流を複素数 $\dot{I}$ [A] で表すと，R, L, C の各両端の電圧 $\dot{V}_R, \dot{V}_L, \dot{V}_C$ は，前節で学んだように，次のように表される。

$$\dot{V}_R = R\dot{I},\ \ \dot{V}_L = j\omega L\dot{I},\ \ \dot{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I} = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I} \qquad (1)$$

また，全電圧 $\dot{V}$ は，$\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L + \dot{V}_C$ の関係があるから，次のように表される。

$$\dot{V} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} - j\frac{1}{\omega C}\dot{I}$$

図 1　RLC 直列回路の複素インピーダンス

$$=\left(R+j\omega L-j\frac{1}{\omega C}\right)\dot{I} \qquad (2)$$

RLC 直列回路のインピーダンス $\dot{Z}$ は，次のように表される。

$$\dot{Z}=\frac{\dot{V}}{\dot{I}}=R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right) \qquad (3)$$

インピーダンス $\dot{Z}$ を使うと，交流回路のオームの法則は，次のように表される。

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}}{\dot{Z}} \quad \text{または} \quad \dot{V}=\dot{Z}\dot{I} \qquad (4)$$

一般に，インピーダンス $\dot{Z}$ の実部を**抵抗分**（resistance component），

エジソン（左）と研究中のスタインメッツ（右）

スタインメッツ（Charles Proteus Steinmetz 1865～1923）アメリカ合衆国の電気技術者。

昼はある大きな電気会社の技師であり，夜は大学の教授として教べんをとった。この電気会社は，彼に必要なだけの研究費を与えたという。彼は，鉄のヒステリシス現象や過渡現象の研究など，数々の業績を残したが，中でも交流回路の計算に複素数を導入した研究は，複雑な回路の取り扱いを容易にし，以後の電気工学の発展に大きく寄与した。

虚部を**リアクタンス分** (reactance component) という。(3) の場合，抵抗分は R で，リアクタンス分は $\omega L-\dfrac{1}{\omega C}$ である。

また，RLC 直列回路のインピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] の大きさ Z [Ω] とインピーダンス角 θ は，次の関係から求めることができる。

$$\dot{Z}=Z\varepsilon^{j\theta}=R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right) \quad (5)$$

$$Z=\sqrt{(\mathrm{Re}\dot{Z})^2+(\mathrm{Im}\dot{Z})^2}=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (6)$$

$$\tan\theta=\frac{\mathrm{Im}\dot{Z}}{\mathrm{Re}\dot{Z}}=\frac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R} \quad \left(-\frac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}\text{ とする。}\right) \quad (7)$$

(6)，(7) は，第4章の RLC 直列回路で求めた (52)，(53) と等しい。

例題 **1**． $R=20$ [Ω]，$L=100$ [mH]，$C=200$ [μF] の直列回路に，50 [Hz] の周波数の電圧が加わっているとき，インピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] を求めよ。また，その大きさ Z [Ω] とインピーダンス角 θ はいくらか。

解答 $\dot{Z}=R+j\left(2\pi fL-\dfrac{1}{2\pi fC}\right)$

$$=20+j\left(2\pi\times50\times100\times10^{-3}-\frac{1}{2\pi\times50\times200\times10^{-6}}\right)$$

$$=20+j(31.4-15.9)=20+j\,15.5\ [\Omega]$$

したがって，$\dot{Z}$ の大きさ Z とインピーダンス角 θ は，

$Z=\sqrt{20^2+15.5^2}=25.3$ [Ω]，$\tan\theta=\dfrac{15.5}{20}=0.775$ から，$\theta=0.659$ [rad] となる。

$\dot{Z}$ を指数形の極形式で表すと，$\dot{Z}=25.3\,\varepsilon^{j0.659}$ [Ω] となる。

問 1.　$R=8$ [Ω]，$L=31.8$ [mH]，$C=166$ [μF] を直列に接続した回路の，周波数 60 [Hz] に対するインピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] を求めよ。また，その大きさ Z [Ω] とインピーダンス角 θ はいくらか。

問 2.　抵抗 $r=1$ [Ω]，誘導リアクタンス $\omega L=8.66$ [Ω] をもつコイルに，抵抗 $R=4$ [Ω] を直列に接続し，図2のように，電圧 100[V] を加えた。コイルの両端に加わる電圧 V_L は何ボルトか。

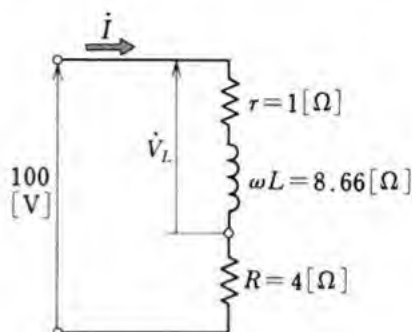



図 2

問 3.　図3の回路において，抵抗 R は 30 [Ω]，容量リアクタンス $\dfrac{1}{\omega C}$ は 40 [Ω] である。この回路のインピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] を求めよ。また，この回路に $\dot{V}=100$ [V] の電圧を加えるときに，回路に流れる電流 $\dot{I}$ [A] を求めよ。

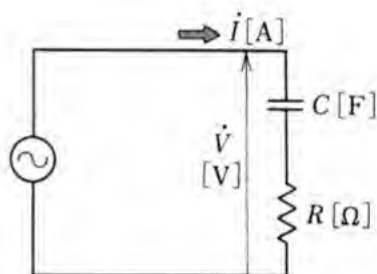



図 3

2. 並列回路

(1) *RL* 並列回路

図4のように，抵抗 R [Ω] の抵抗器とインダクタンス L [H] のコイルを並列に接続した回路を ***RL* 並列回路**（*RL* pararell circuit）という。

この回路に，角周波数 $\omega=2\pi f$ [rad/s] の電圧 $\dot{V}$ [V] を加えた場合，R に流れる電流を $\dot{I}_R$ [A]，L に流れる電流を $\dot{I}_L$ [A]，全電流を $\dot{I}$ [A] とすると，次の関係がなりたつ。

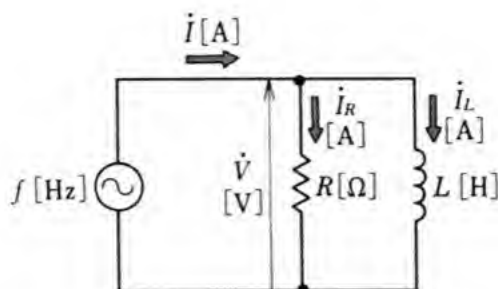



図 4 **RL 並列回路**

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_R&=\frac{\dot{V}}{R}\\ \dot{I}_L&=\frac{\dot{V}}{j\omega L}=-j\frac{\dot{V}}{\omega L}\\ \dot{I}&=\dot{I}_R+\dot{I}_L=\frac{\dot{V}}{R}-j\frac{\dot{V}}{\omega L}=\left(\frac{1}{R}-j\frac{1}{\omega L}\right)\dot{V}\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

ゆえに,

$$\begin{aligned}\dot{Z}&=\frac{\dot{V}}{\dot{I}}=\frac{1}{\dfrac{1}{R}-j\dfrac{1}{\omega L}}=\frac{\dfrac{1}{R}+j\dfrac{1}{\omega L}}{\left(\dfrac{1}{R}\right)^2+\left(\dfrac{1}{\omega L}\right)^2}\\ &=\frac{R\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\left\{\frac{\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}+j\frac{R}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\right\}\\ &=Z\varepsilon^{j\theta}\end{aligned}\tag{9}$$

ここで,

$$\left.\begin{aligned}&Z=\frac{R\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\\ &\theta=\tan^{-1}\frac{\mathrm{Im}\dot{Z}}{\mathrm{Re}\dot{Z}}=\tan^{-1}\frac{R}{\omega L}\\ &\text{ただし, }-\frac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}\text{ とする。}\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

(9) から, $\mathrm{Im}\dot{Z}>0$ であるので, $\theta>0$ である。したがって, *RL*

並列回路のインピーダンスは，誘導性である。

例題 2．図4の RL 並列回路において，$R=25$ [Ω]，$\omega L=40$ [Ω] で，$\dot{V}=100$ [V] の電圧を加えたとき，$\dot{I}$ および $\dot{Z}$ を指数形の極形式で示せ。

解答

$$Z=\frac{25\times 40}{\sqrt{25^2+40^2}}=21.2\ [\Omega]$$

$$\tan\theta=\frac{25}{40}=0.625,\ \text{ゆえに},\ \theta=0.599\ [\text{rad}]$$

したがって，指数形の極形式では，

$$\dot{Z}=21.2\,\varepsilon^{j0.559}\ [\Omega]$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}}{\dot{Z}}=\frac{100}{21.2\,\varepsilon^{j0.599}}=4.72\,\varepsilon^{j(-0.599)}\,[\text{A}]$$

と示せる。

問 4． $R=20$ [Ω]，$\omega L=25$ [Ω] の並列回路に $\dot{V}=100$ [V] の電圧が加わっている。$\dot{I}$, $\dot{Z}$ を指数形の極形式で求めよ。

(2) RC 並列回路

図5のように，抵抗 R [Ω] の抵抗器と静電容量 C [F] のコンデンサを並列に接続した回路を **RC 並列回路** (*RC* pararell circuit) という。

この回路に角周波数 $\omega=2\pi f$ [rad/s] の電圧 $\dot{V}$ [V] を加えた場合，R に流れる電流を $\dot{I}_R$ [A]，C に流れる電流を $\dot{I}_C$ [A]，全電流を $\dot{I}$ [A] とすると，次の関係がなりたつ。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_R&=\frac{\dot{V}}{R}\\ \dot{I}_C&=\frac{\dot{V}}{-j\dfrac{1}{\omega C}}=j\omega C\dot{V}\end{aligned}\right\}\quad(11)$$

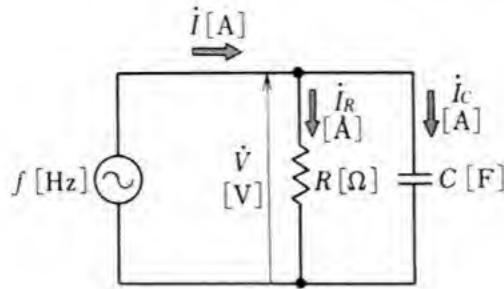



図 5　***RC*** **並列回路**

$$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_C=\frac{\dot{V}}{R}+j\omega C\dot{V}=\left(\frac{1}{R}+j\omega C\right)\dot{V}$$

ゆえに，
$$\dot{Z}=\frac{\dot{V}}{\dot{I}}=\frac{1}{\frac{1}{R}+j\omega C}=\frac{\frac{1}{R}-j\omega C}{\left(\frac{1}{R}\right)^2+(\omega C)^2}$$

$$=\frac{R}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}\left\{\frac{1}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}-j\frac{\omega CR}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}\right\}$$

$$=Z\varepsilon^{j\theta} \qquad (12)$$

5　ここで，

$$\left.\begin{aligned}&Z=\frac{R}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}\\&\theta=\tan^{-1}\frac{\mathrm{Im}\dot{Z}}{\mathrm{Re}\dot{Z}}=-\tan^{-1}\omega CR\\&\text{ただし，}-\frac{2}{\pi}\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}\text{とする。}\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

(12) から，$\mathrm{Im}\dot{Z}<0$ であるので，$\theta<0$ である。したがって，*RC*
10　並列回路のインピーダンスは，容量性である。

例題 3．図5の *RC* 並列回路において，$R=40$ [Ω]，$\frac{1}{\omega C}=$ 25 [Ω] で，$\dot{V}=100$ [V] の電圧を加えたとき，$\dot{I}$ および $\dot{Z}$ を指数形の極形式で示せ。

解答　(13) から，$\dot{Z}$ の大きさ Z とインピーダンス角は，

$$Z=\frac{40}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{25}\times40\right)^2}}=21.2\ [\Omega]$$

$$\tan\theta=-\frac{1}{25}\times40=-1.6,\ \text{ゆえに},\ \theta=-1.012\ [\text{rad}]$$

したがって，指数形の極形式では，

$$\dot{Z}=21.2\,\varepsilon^{j(-1.012)}$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}}{\dot{Z}}=\frac{100}{21.2\,\varepsilon^{j(-1.012)}}=4.72\,\varepsilon^{j(1.012)}$$

と示せる。

(3) 並 列 共 振

コイルとコンデンサの直列回路で共振現象が現れることは，第4章で学んだが，これらを並列に接続した回路でも共振現象が現れる。

***LC* 並列共振回路**　図6のように，インダクタンス L [H] と静電容量 C [F] の並列回路に，角周波数 $\omega=2\pi f$ [rad/s]，電圧 $\dot{V}$ [V] の電源を接続すると，電圧は L にも C にも同じように加わる。C を流れる電流 $\dot{I}_C$ [A]，L を流れる電流 $\dot{I}_L$ [A]，および全電流 $\dot{I}$ [A] は，次のように表される。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_C&=\frac{\dot{V}}{-j\dfrac{1}{\omega C}}=j\omega C\dot{V}\\ \dot{I}_L&=\frac{\dot{V}}{j\omega L}=-j\frac{\dot{V}}{\omega L}\\ \dot{I}&=\dot{I}_C+\dot{I}_L=j\omega C\dot{V}-j\frac{\dot{V}}{\omega L}=j\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)\dot{V}\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

これより，インピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] は，次のように表される。

$$\dot{Z}=\frac{\dot{V}}{\dot{I}}=\frac{1}{j\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)}=j\frac{1}{\dfrac{1}{\omega L}-\omega C}\quad(15)$$

(15) から，$\dot{Z}$ は純虚数であるので，$\arg\dot{Z}$ は，$-\frac{\pi}{2}$，$\frac{\pi}{2}$ のいずれかの値をとる。

また，図6において，周波数 f [Hz] を変化させると，I_C, I_L, I および Z は，図7のように変化する。

(14) から，$\omega C=\frac{1}{\omega L}$ のときの周波数 f_r [Hz] において，電流 I は 0 [A] となり，そのとき，合成インピーダンス Z は限りなく大きくなる。このような現象を**並列共振** (pararell resonance) または**反共振** (antiresonance) という。

その共振周波数 f_r は，(15) において，$\frac{1}{\omega L}-\omega C=0$ として求めることができ，次のように表される。

図 6　*LC* 並列回路

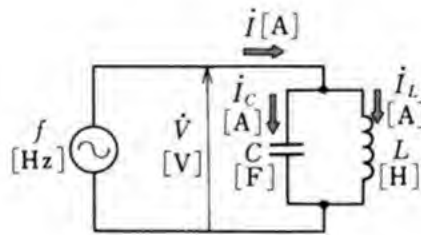
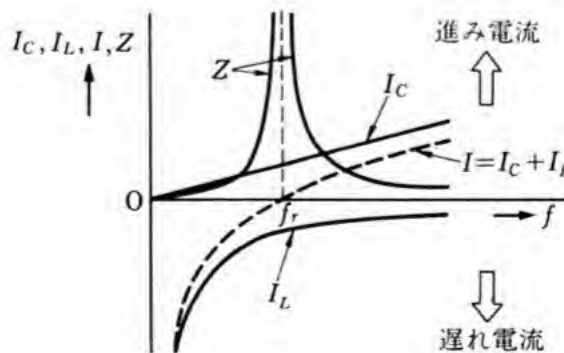



図 7　*LC* 並列回路の周波数特性

$$f_r=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{16}$$

これは，第4章で学んだ直列共振で求められた共振周波数を表す (54) と一致する。

問 5. 図6において，$L=200$ [mH]，$C=20$ [μF] のときの共振周波数を求めよ。

問 6. 図8の RLC 並列回路について次の問いに答えよ。

(1) S_1 だけを入れたときの，$\dot{I}_R$, $\dot{I}_L$, および I を求めよ。

(2) S_2 だけを入れたときの，$\dot{I}_R$, $\dot{I}_C$, および I を求めよ。

(3) S_1, S_2 を入れたときの，$\dot{I}_R$, $\dot{I}_L$, $\dot{I}_C$, および I を求めよ。

(4) (3)の場合と図6の場合とどこが違うか。

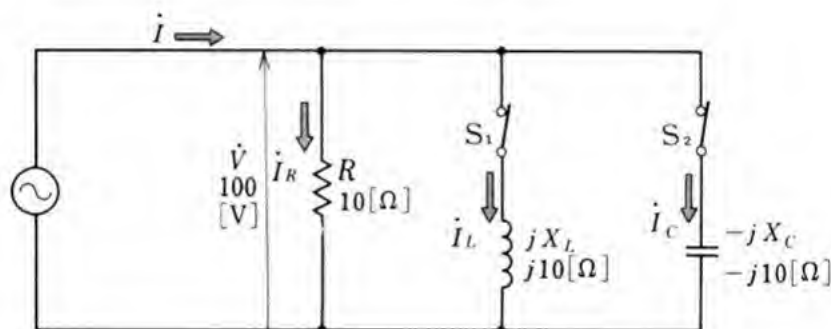



図 8

コイルとコンデンサの並列回路　現実には，コイル L [H] とコンデンサ C [F] を並列に接続した場合には，コイルには抵抗 R [Ω]があると考えなくてはならないので，図9の回路になる。

この回路において，合成インピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] は，次の等式で表される。

$$\dot{Z}=\frac{1}{\dfrac{1}{R+j\omega L}+\dfrac{1}{-j\dfrac{1}{\omega C}}}=\frac{(R+j\omega L)\left(-j\dfrac{1}{\omega C}\right)}{R+j\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)}$$

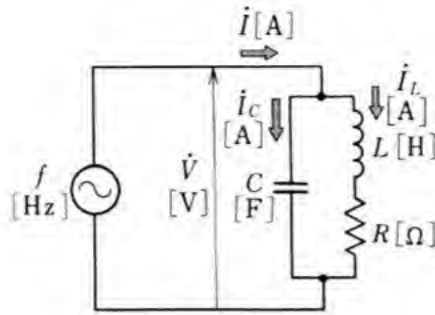



図 9 コイルとコンデンサの並列回路

ゆえに，

$$\dot{Z}=\frac{R}{\omega^2C^2R^2+(\omega^2LC-1)^2}+j\frac{\omega\{L-C(R^2+\omega^2L^2)\}}{\omega^2C^2R^2+(\omega^2LC-1)^2}$$
$$=R_a+jX_a \tag{17}$$

ただし，$R_a=\mathrm{Re}\dot{Z}$, $X_a=\mathrm{Im}\dot{Z}$ とする。

R_a は $\dot{Z}$ の抵抗分，X_a は $\dot{Z}$ のリアクタンス分である。いま，$\mathrm{Im}\dot{Z}=0$ とすれば，インピーダンスは実数となり，$\dot{V}$, $\dot{I}$ は同相となる。これが共振条件である。したがって，(17) において，$X_a=0$ とすると，次の関係が得られる。

$$L=C(R^2+\omega^2L^2)$$

ゆえに，

$$\boldsymbol{f_r=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{L^2}}} \tag{18}$$

(18) において，$\dfrac{1}{LC}\gg\dfrac{R^2}{L^2}$ となる場合には，共振周波数は $f_r=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ となり，(16) と一致する。

なお，共振時には，$\dot{V}$ と $\dot{I}$ は位相差がなくなり，同相となる。

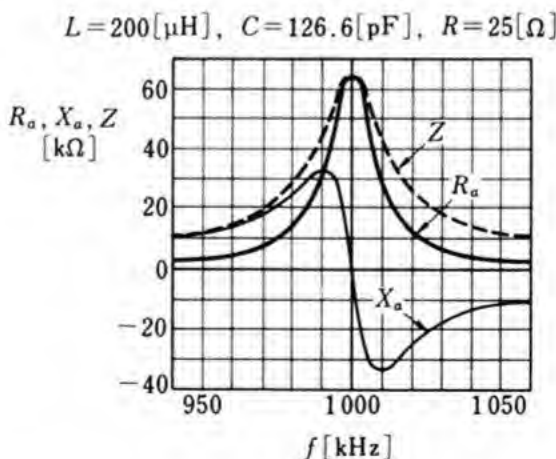
例題 4．図9の回路において，$L=200$ [μH]，$C=126.6$ [pF]，$R=25$ [Ω] とすると，この回路のインピーダンス Z や，その抵抗分 R_a，リアクタンス分 X_a が，周波数によってどのように変化するか。共振周波数を中心に，上下 50 [kHz] の範囲内でグラフをかけ。

解答 共振周波数は，$f_r=\dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{LC}-\dfrac{R^2}{L^2}}\fallingdotseq 1000$ [kHz] であり，これをもとにして，R_a，X_a，および Z の周波数特性をかくと，図10のようになる。

問 7． 図7および図10において，共振周波数 f_r より高い周波数の範囲では，リアクタンスは誘導性か，容量性か。

(4) 交流ブリッジ

図11は，交流ブリッジとよばれるもので，インピーダンス $\dot{Z}_1$，$\dot{Z}_2$，$\dot{Z}_3$，$\dot{Z}_4$ [Ω] を図のように接続し，図の1, 2間に交流電源を，3,

図 10　周波数特性*

* R_a が最大になる周波数と Z が最大になる周波数は，一般に同一ではない。しかし，この例題4の場合は，ほぼ同一の周波数となる。

4 間に**交流検出器** (AC detector)* D を接続する。

検出器 D で交流が検出されなくなった場合を考えると，それは，3, 4 間が同電位になったと考えられる。したがって，D を切り離しても回路の電流には変化がない。回路 1, 3, 2 の電流 $\dot{I}_1$ [A]，回路 1, 4, 2 の電流 $\dot{I}_2$ [A] を求めると，次の等式が得られる。

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{V}}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2},\quad \dot{I}_2=\frac{\dot{V}}{\dot{Z}_3+\dot{Z}_4}$$

このとき，端子 3, 4 間には，次のような電圧 $\dot{V}_{34}$ [V] が現れる。

$$\dot{V}_{34}=\dot{Z}_2\dot{I}_1-\dot{Z}_4\dot{I}_2=\frac{\dot{Z}_2\dot{V}}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}-\frac{\dot{Z}_4\dot{V}}{\dot{Z}_3+\dot{Z}_4}$$

$$=\left(\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}-\frac{\dot{Z}_4}{\dot{Z}_3+\dot{Z}_4}\right)\dot{V} \qquad (19)$$

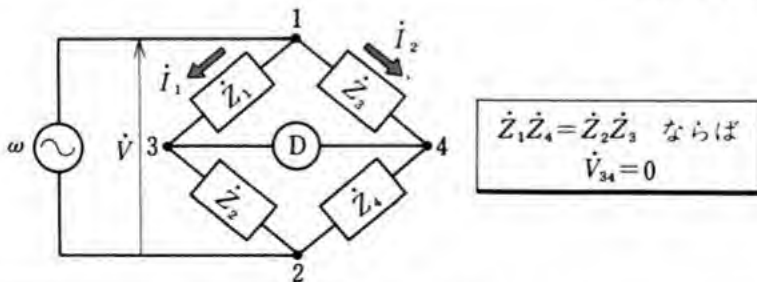
次に，各辺のインピーダンスを適当に調整して，端子 3, 4 間の電圧 $\dot{V}_{34}$ が 0 になると，(19) から，次の関係が得られる。

$$\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}-\frac{\dot{Z}_4}{\dot{Z}_3+\dot{Z}_4}=0 \qquad (20)$$

これを変形して整理すると，次の等式が得られる。

$$\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{\dot{Z}_4}{\dot{Z}_3+\dot{Z}_4}$$

$$\dot{Z}_1\dot{Z}_4+\dot{Z}_2\dot{Z}_4=\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_2\dot{Z}_4$$

図 11　交流ブリッジ

* 周波数によって，受話器または出力計付きの高感度の増幅器などが，交流検出器として使われる。

$$
\left.\begin{array}{ll}
\text{ゆえに,} & \dot{\boldsymbol{Z}}_1\dot{\boldsymbol{Z}}_4=\dot{\boldsymbol{Z}}_2\dot{\boldsymbol{Z}}_3 \\
\text{または,} & \dfrac{\dot{\boldsymbol{Z}}_1}{\dot{\boldsymbol{Z}}_2}=\dfrac{\dot{\boldsymbol{Z}}_3}{\dot{\boldsymbol{Z}}_4}
\end{array}\right\} \qquad (21)
$$

電圧 $\dot{V}_{34}$ が0であることは，端子3, 4間の交流検出器Dを流れる電流が0になることからわかる。このときブリッジは**平衡**(balance)したといい，(21) の関係を，**ブリッジの平衡条件**という。交流ブリッジは，一般に，電気回路部品の R, L, C などの測定に使われる。

例題 **5**．図12に示すブリッジ回路の平衡条件を求めよ。

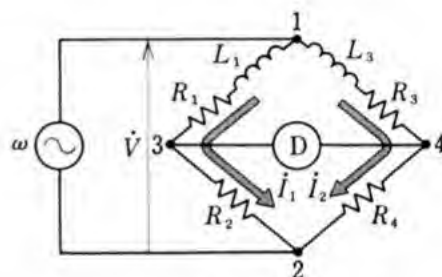



図 12

解答　図において，$\dot{Z}_1=R_1+j\omega L_1$，$\dot{Z}_2=R_2$，$\dot{Z}_3=R_3+j\omega L_3$，$\dot{Z}_4=R_4$ であるから，(21) を適用すると，次の等式が得られる。

$$(R_1+j\omega L_1)R_4=R_2(R_3+j\omega L_3)$$

この等式を実部と虚部に分けて表したのが，次の等式である。

$$(R_1R_4-R_2R_3)+j\omega(L_1R_4-L_3R_2)=0$$

上の等式がなりたつためには，左辺の実部・虚部ともに0でなくてはならないから，次の関係がなりたつ。

$$R_1R_4=R_2R_3,\quad \omega L_1R_4=\omega L_3R_2$$

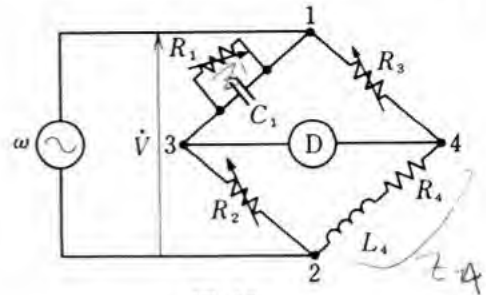
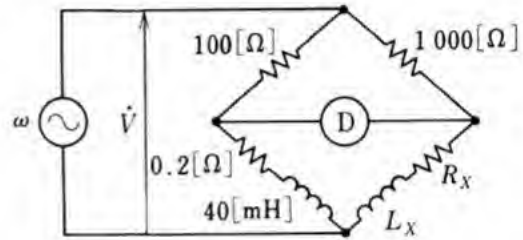
ゆえに，
$$\frac{R_2}{R_4}=\frac{R_1}{R_3},\qquad \frac{R_2}{R_4}=\frac{L_1}{L_3}$$

よって，
$$\frac{R_2}{R_4}=\frac{R_1}{R_3}=\frac{L_1}{L_3}$$

これが求める平衡条件である。

問 8. 図 13 のブリッジ回路は，一般によく使われるものの一つで，R_1, R_2, R_3 は**標準可変抵抗**，C_1 は**標準コンデンサ**，L_4, R_4 は，それぞれ，インダクタンスと抵抗の値がわからないコイルと抵抗器である。このブリッジ回路の平衡条件を求めよ。

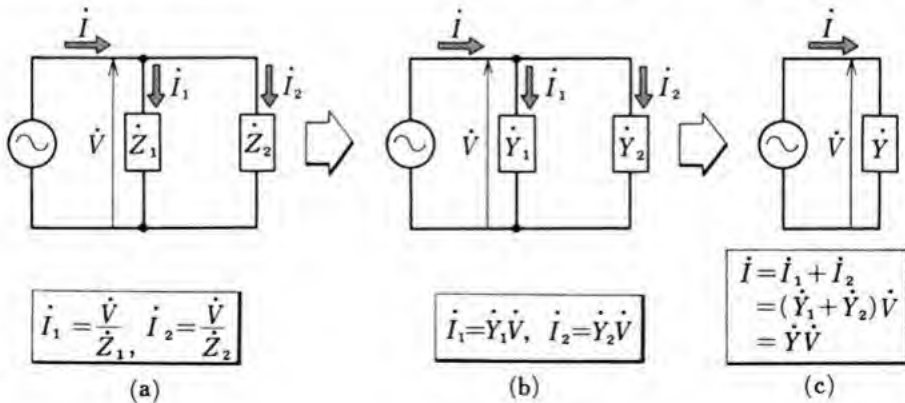
図 13

図 14

問 9. 図 14 のブリッジ回路で，各辺の値が同図の値のときに平衡したとすると，抵抗 R_X およびインダクタンス L_X はいくらか。

（5） アドミタンスによる計算

並列回路の計算では，インピーダンスの逆数に当たるアドミタンスとよばれる量が使われる。

図 15 (a) のようなインピーダンス $\dot{Z}_1$, $\dot{Z}_2$ [Ω] の並列回路の全電流 $\dot{I}$ [A] は，次のように表される。

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=\left(\frac{1}{\dot{Z}_1}+\frac{1}{\dot{Z}_2}\right)\dot{V}$$

図 15 アドミタンスの考え方 (1)

もし，インピーダンス $\dot{Z}$ の逆数 $\dot{Y}$ を考えて，次の(22) のように約束すると，(23) がなりたつ。

$$\frac{1}{\dot{Z}_1}=\dot{Y}_1, \quad \frac{1}{\dot{Z}_2}=\dot{Y}_2 \tag{22}$$

$$\dot{I}=(\dot{Y}_1+\dot{Y}_2)\dot{V} \tag{23}$$

このように，$\dot{Z}$ の代わりに $\dot{Y}$ で表すと，等式の形が簡単になり，回路の状態によっては，電流の計算が容易になることがある。

この $\dot{Y}_1$, $\dot{Y}_2$ のように，インピーダンスの逆数で定義される量を**複素アドミタンス** (complex admittance) または，単に**アドミタンス**[*] (admittance) といい，その単位には**ジーメンス** (siemens, 単位記号 S) を使う。

合成アドミタンス　図 15 (b), (c) のように，各アドミタンスを $\dot{Y}_1$, $\dot{Y}_2$ [S]，合成アドミタンスを $\dot{Y}$ [S] で表すと，各電流 $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ [A] および回路の全電流 $\dot{I}$ [A] は，次のように表される。

$$\dot{I}_1=\dot{Y}_1\dot{V}, \quad \dot{I}_2=\dot{Y}_2\dot{V}, \quad \dot{I}=\dot{Y}\dot{V} \tag{24}$$ [**]

したがって，$\dot{I}$ [A] は次の等式で表される。

$$\dot{I}=\dot{I}_1+\dot{I}_2=\dot{Y}_1\dot{V}+\dot{Y}_2\dot{V}=(\dot{Y}_1+\dot{Y}_2)\dot{V}=\dot{Y}\dot{V}$$

これより，$\dot{Y}$ [S] は次のように表される。

$$\dot{Y}=\dot{Y}_1+\dot{Y}_2 \tag{25}$$

すなわち，並列回路の合成アドミタンスは，各アドミタンスの和に等しい。

---

* アドミタンスはインピーダンスとともに，回路の正弦波交流に対する性質を表す量である。インピーダンスは，回路に電圧を加えたとき，電流の流れるのを妨げる性質を表す量と考えられるのに対して，アドミタンスは，電流を流そうとする性質を表す量と考えられる。したがって，アドミタンスは，直流回路におけるコンダクタンスと，電流の流れやすさを表す物理量であるという点で類似している。

** (24) は，アドミタンスの回路におけるオームの法則を表している。

RLC 並列回路のアドミタンス　図 16 (a) のような RLC 並列回路の合成アドミタンスを調べる。

この回路の全電流 $\dot{I}$ [A] は，各インピーダンスを流れる電流を，$\dot{I}_R$, $\dot{I}_L$, $\dot{I}_C$ [A] とすると，次のように表される。

$$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_L+\dot{I}_C=\frac{\dot{V}}{R}+\frac{\dot{V}}{j\omega L}+j\omega C\dot{V}$$

$$=\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{j\omega L}+j\omega C\right)\dot{V} \tag{26}$$

この場合の電圧と電流のベクトル図は，$I_L>I_C$ とすると，図 16 (b) で示される。

一方，この回路の合成アドミタンス $\dot{Y}$ [S] は，$\dot{Y}=\frac{1}{\dot{Z}}=\frac{\dot{I}}{\dot{V}}$ であるから，(26) を変形すると，次の関係が得られる。

$$\dot{Y}=\frac{\dot{I}}{\dot{V}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{j\omega L}+j\omega C=\frac{1}{R}-j\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)$$

$$=\boldsymbol{G-jB} \tag{27}$$

したがって，図 16 (a) は図 (c) のように書き換えられ，この場合の電圧と電流のベクトル図は図 (d) で示される。

一般に，アドミタンスの実部 G，ここでは $\frac{1}{R}$ を**コンダクタンス** (conductance) といい，虚部 B，ここでは $\frac{1}{\omega L}-\omega C$ を**サセプタンス** (susceptance) という。単位は，それぞれ [S] である。

アドミタンス $\dot{Y}$[S] の大きさ Y[S]，偏角 θ' をコンダクタンス G[S] とサセプタンス B[S] で表すと，次のように表される。

$$\boldsymbol{Y=\sqrt{G^2+B^2},\quad \tan\theta'=\frac{-B}{G}} \tag{28}$$

$\mathrm{Im}\dot{Y}>0$ の場合，回路全体は容量性であり，$\mathrm{Im}\dot{Y}<0$ の場合，回路全体は誘導性である。

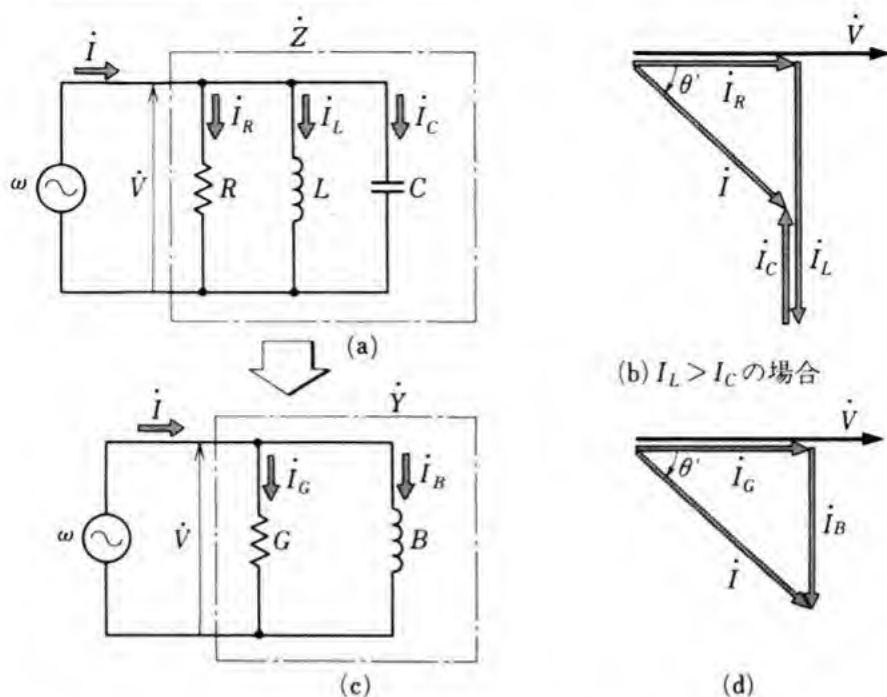



図 16　アドミタンスの考え方 (2)

いま，インピーダンス $\dot{Z}$ が次のように表されるとする。

$$\dot{Z}=R+jX \tag{29}$$

このとき，アドミタンス $\dot{Y}$ が次のように表されるとする。

$$\dot{Y}=G-jB \tag{30}$$

したがって，　$\dot{Y}=\dfrac{1}{\dot{Z}}=\dfrac{1}{R+jX}=\dfrac{R}{R^2+X^2}-j\dfrac{X}{R^2+X^2}$

ゆえに，　$G=\dfrac{R}{R^2+X^2}$，$B=\dfrac{X}{R^2+X^2}$　(31)

また，(31) から，

$$\tan\theta'=\frac{-B}{G}=\frac{-X}{R}$$

がなりたつので，アドミタンスの偏角 θ' とインピーダンス角 θ は，

$$\theta'=-\theta$$

の関係があり，符号のみが異なっている。

問 10. 次の問いに答えよ。

(1) 30 [Ω] の抵抗のコンダクタンスはいくらか。

(2) $j50$ [Ω] の誘導リアクタンスのサセプタンスはいくらか。

(3) $-j40$ [Ω] の容量リアクタンスのサセプタンスはいくらか。

問　　題

1. 図 17 (a), (b), (c) の各回路に，$\dot{I}=4-j3$ [A] で表される電流を流したい。そのために加える電圧は，それぞれいくらか。

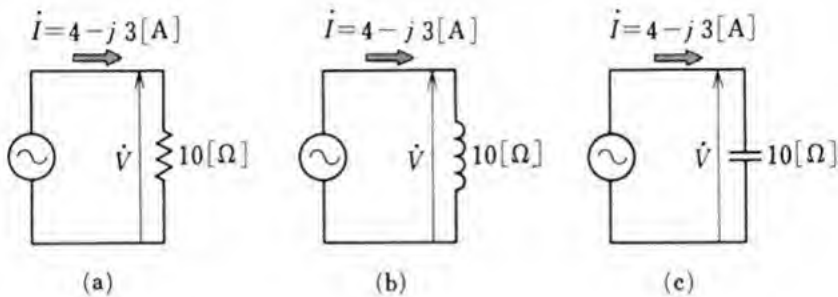



図 17

2. 図 18 に示す回路の端子 1，2 におけるインピーダンスを求めよ。また，それを指数形の極形式で表せ。

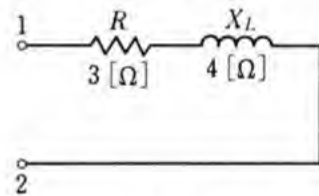
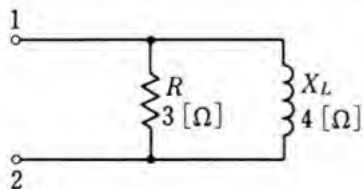



図 18

3. 図 19 に示す回路の端子 1，2 におけるインピーダンスおよびアドミタンスを求めよ。

4. 図 20 の交流回路において，電流 $\dot{I}$ と電圧 $\dot{V}$ が同相になるときの周波数を求めよ。また，同相になるときのインピーダンスはいくらか。

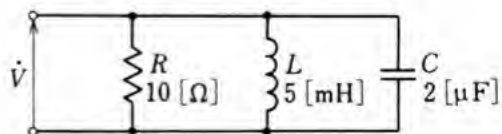



図 19　　図 20

回路に関する定理

この節の目標 複雑な交流回路の計算には，直流回路で学んだようなキルヒホッフの法則が使われる。さらに回路に関する定理である重ね合わせの理，鳳(ほう)・テブナンの定理などがあるが，これらについて理解を深め，使い方について学ぶ。

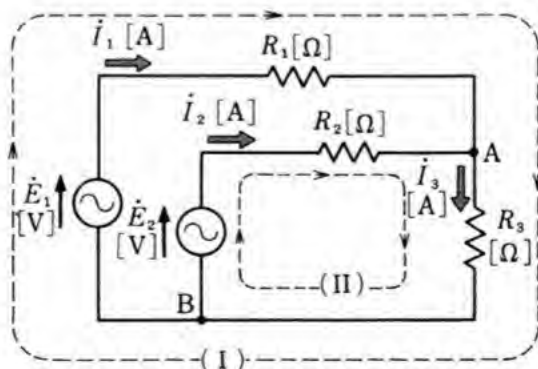
1. キルヒホッフの法則

直流回路，交流回路において，素子の性質に無関係に，キルヒホッフの法則がなりたつことを学ぶ。

（1） キルヒホッフの法則

直流回路の場合と同様に，この法則には，電流に関するキルヒホッフの第1法則と電圧に関するキルヒホッフの第2法則が考えられる。

キルヒホッフの第1法則（電流に関する法則） 「回路網の任意の点，任意の時刻において，流入する電流と流出する電流とが等しい」という法則である。各点における電荷の保存性を示すものである。

図1 交流回路(1)

この第1法則を，図1のA点についてあてはめると，

$$\dot{I}_1+\dot{I}_2=\dot{I}_3 \qquad (1)$$

がなりたつ。

キルヒホッフの第2法則（**電圧に関する法則**）　「任意の閉回路で，任意の時刻において，加える電源の起電力の和は，閉回路に生じる電圧降下の和に等しい」という法則である。この法則は，電源の起電力や素子の値が時間的に変化してもなりたつ。

この第2法則を，図1の閉回路（Ⅰ），（Ⅱ）についてあてはめると，

$$\dot{E}_1=R_1\dot{I}_1+R_3\dot{I}_3 \qquad (2)$$

$$\dot{E}_2=R_2\dot{I}_2+R_3\dot{I}_3 \qquad (3)$$

がなりたつ。

キルヒホッフの第1法則と第2法則は独立になりたつ。つまり，一方から他方が導き出されることはあり得ない。

（2） キルヒホッフの法則の適用例

キルヒホッフの第1および第2法則を図2の回路に適用すれば，次の連立方程式がなりたつ。

$$\dot{I}_1+\dot{I}_2=\dot{I}_3 \qquad (4)$$

$$\dot{E}_1=\dot{Z}_1\dot{I}_1+\dot{Z}_3\dot{I}_3 \qquad (5)$$

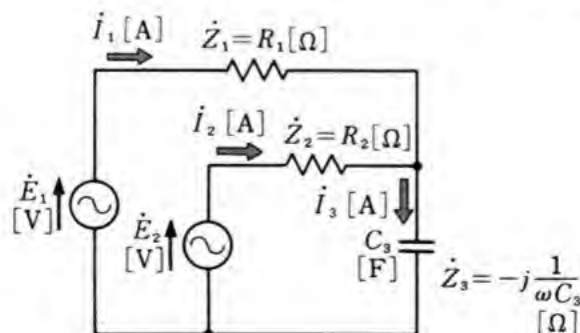



図2 交流回路(2)

$$\dot{E}_2=\dot{Z}_2\dot{I}_2+\dot{Z}_3\dot{I}_3 \qquad (6)$$

これを解けば，

$$\dot{I}_1=\frac{(\dot{Z}_3+\dot{Z}_2)\dot{E}_1-\dot{Z}_3\dot{E}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1} \qquad (7)$$

$$\dot{I}_2=\frac{(\dot{Z}_1+\dot{Z}_3)\dot{E}_2-\dot{Z}_3\dot{E}_1}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1} \qquad (8)$$

$$\dot{I}_3=\frac{\dot{Z}_2\dot{E}_1+\dot{Z}_1\dot{E}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1} \qquad (9)$$

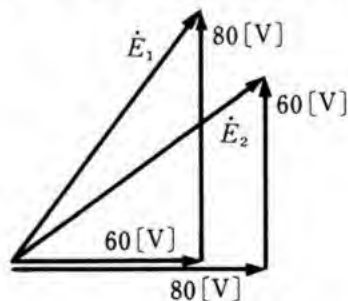
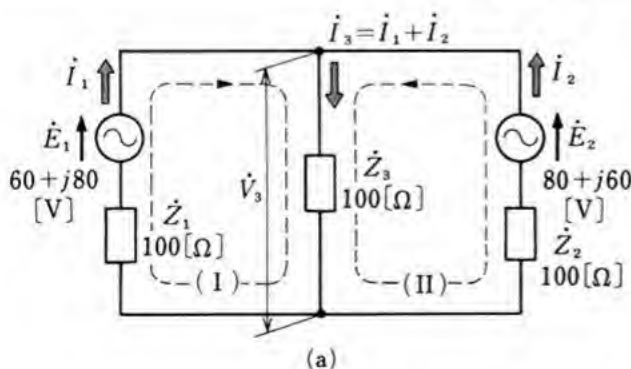
が得られる。

起電力の位相が同じ場合　図2のように，電源が二つある回路において，$\dot{E}_1=110$［V］と $\dot{E}_2=130$［V］の位相が同じ場合，$\dot{Z}_1=R_1=1$［Ω］，$\dot{Z}_2=R_2=2$［Ω］，$\dot{Z}_3=-j\frac{1}{\omega C_3}=-j4$［Ω］とすれば，(7)，(8)，(9) から，$\dot{I}_1$，$\dot{I}_2$，$\dot{I}_3$ は次のように求まる。

$$\dot{I}_1=\frac{(\dot{Z}_3+\dot{Z}_2)\dot{E}_1-\dot{Z}_3\dot{E}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1}=\frac{(-j4+2)\times110-(-j4)\times130}{1\times2+2\times(-j4)+(-j4)\times1}$$

$$=\frac{220+j80}{2-j12}=-3.51+j18.9\,[\mathrm{A}]$$

$$\dot{I}_2=\frac{(\dot{Z}_1+\dot{Z}_3)\dot{E}_2-\dot{Z}_3\dot{E}_1}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1}=\frac{(1-j4)\times130-(-j4)\times110}{2-j12}$$

図3　2電源回路（起電力の位相が違う場合）

(a)　(b) 電圧ベクトル図

$$=\frac{130-j80}{2-j12}=8.24+j9.46\,[\mathrm{A}]$$

$$\dot{I}_3=\frac{\dot{Z}_2\dot{E}_1+\dot{Z}_1\dot{E}_2}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1}=\frac{2\times110+1\times130}{2-j12}$$

$$=\frac{350}{2-j12}=4.73+j28.4\,[\mathrm{A}]$$

起電力の位相が違う場合　図2の電源が，$\dot{E}_1=60+j80\,[\mathrm{V}]$, $\dot{E}_2=80+j60\,[\mathrm{V}]$ のように位相が違う場合，$\dot{Z}_1=R_1=1\,[\Omega]$，$\dot{Z}_2=R_2=2\,[\Omega]$, $\dot{Z}_3=-j\frac{1}{\omega C_3}=-j4\,[\Omega]$ とすれば，(4), (5), (6) から $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}_3$ は，次のように求まる。

$$60+j80=1\cdot\dot{I}_1+(-j4)\dot{I}_3=(1-j4)\dot{I}_1+(-j4)\dot{I}_2 \quad (10)$$

$$80+j60=2\cdot\dot{I}_2+(-j4)\dot{I}_3=(-j4)\dot{I}_1+(2-j4)\dot{I}_2 \quad (11)$$

(10), (11) から，$\dot{I}_1$ と $\dot{I}_2$ を求め，(4) から，$\dot{I}_3$ を求める。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_1&=\frac{200+j240}{2-j12}=-16.8+j19.5\,[\mathrm{A}]\\ \dot{I}_2&=\frac{-j20}{2-j12}=1.62-j0.270\,[\mathrm{A}]\\ \dot{I}_3&=\dot{I}_1+\dot{I}_2=\frac{200+j220}{2-j12}=-15.1+j19.2\,[\mathrm{A}]\end{aligned}\right\}\quad(12)$$

問 1.　図3において，$\dot{Z}_1=\dot{Z}_2=\dot{Z}_3=200\,[\Omega]$ の場合の $\dot{V}_3$ を求めよ。

問 2.　図3で，$\dot{E}_1=66+j88\,[\mathrm{V}]$，$\dot{E}_2=104+j78\,[\mathrm{V}]$, $\dot{Z}_1=R_1=1\,[\Omega]$, $\dot{Z}_2=R_2=2\,[\Omega]$，$\dot{Z}_3=R_3=4\,[\Omega]$ である。$\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}_3$ を求めよ。

2. 重ね合わせの理

二つ以上の電源を含む回路では，重ね合わせの理を使うと，簡単に各インピーダンスを流れる電流を求めることができる。

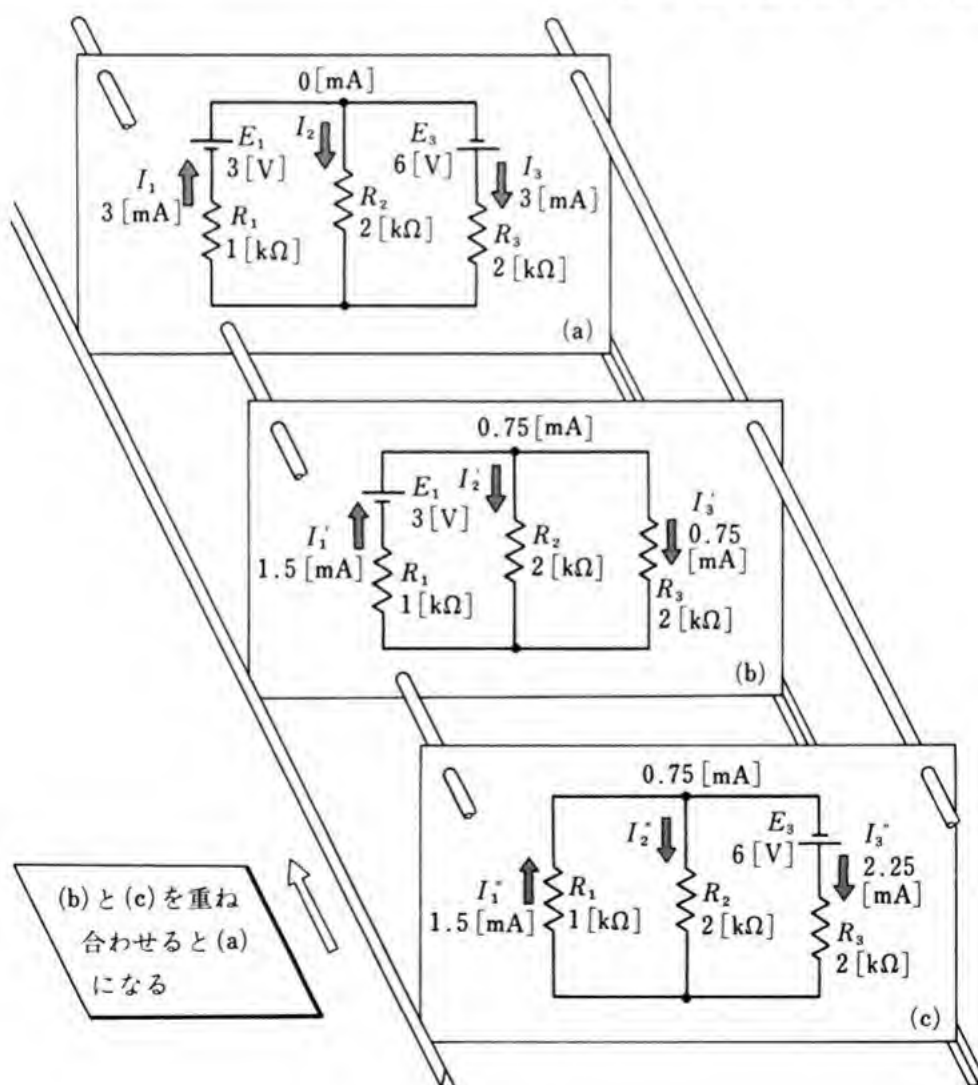
(1) 重ね合わせの理

図4(a), (b), (c) の回路に，キルヒホッフの法則をあてはめると，

次の方程式がなりたつ。

$$
\text{(a)}\quad
\begin{cases}
I_1+(-1)I_2+(-1)I_3=0\\
R_1I_1+R_2I_2\qquad\qquad=E_1\\
\qquad(-1)R_2I_2+R_3I_3=E_3
\end{cases}
$$

$$
\text{(b)}\quad
\begin{cases}
I_1'+(-1)I_2'+(-1)I_3'=0\\
R_1I_1'+R_2I_2'\qquad\qquad=E_1\\
\qquad(-1)R_2I_2'+R_3I_3'=0
\end{cases}
$$

図 4　重ね合わせの理の考え方

$$(c)\quad \begin{cases} I_1''+(-1)I_2''+(-1)I_3''=0 \\ R_1I_1''+\quad R_2I_2'' \qquad\qquad =0 \\ \qquad (-1)R_2I_2''+R_3I_3''=E_3 \end{cases}$$

(b) と (c) を辺々相加えると

$$\begin{aligned} &I_1'+I_1''+(-1)(I_2'+I_2'')+(-1)(I_3'+I_3'')=0 \\ &R_1(I_1'+I_1'')+R_2(I_2'+I_2'') \qquad\qquad =E_1 \\ &\qquad (-1)R_2(I_2'+I_2'')+R_3(I_3'+I_3'')=E_3 \end{aligned}$$

$I_i=I_i'+I_i''$ とおけば，これらの方程式は，(a) に等しい。ただし，$i=1,\ 2,\ 3$ である。

このことは，図(b)と図(c)を重ねたものが図(a)であることを意味する。これを**重ね合わせの理** (principle of superposition) という。

問 3. 図 4 (a)の各抵抗を流れる電流を重ね合わせの理を使って求め，次に，キルヒホッフの法則を使って求めて，その結果を比較せよ。

（2） 重ね合わせの理の適用例

重ね合わせの理は，直流回路だけではなく，一般の回路にも適用できるものであり，一般的な表現でいえば，

「多数の電源を含む回路の各部の電流または電圧は，各電源が一つずつ単独に存在すると仮定して求めた電流または電圧を，重ね合わせたものに等しい」

という定理である。

それで，交流の回路においても，直流と交流の電源が同時にある場合においても，また一つの回路に周波数の違う電源がある場合においても，この定理はなりたつ。重ね合わせの理は，線形回路でなりたつ。線形回路とは，線形性，つまり，入力 $i_j(t)$ に対し出力 $o_j(t)$ が得られるとき，入力 $k_1i_1(t)+k_2i_2(t)$ に対し出力 $k_1o_1(t)+k_2o_2(t)$ が得られるという，性質をもつ回路のことをいう。ただし，$j=$

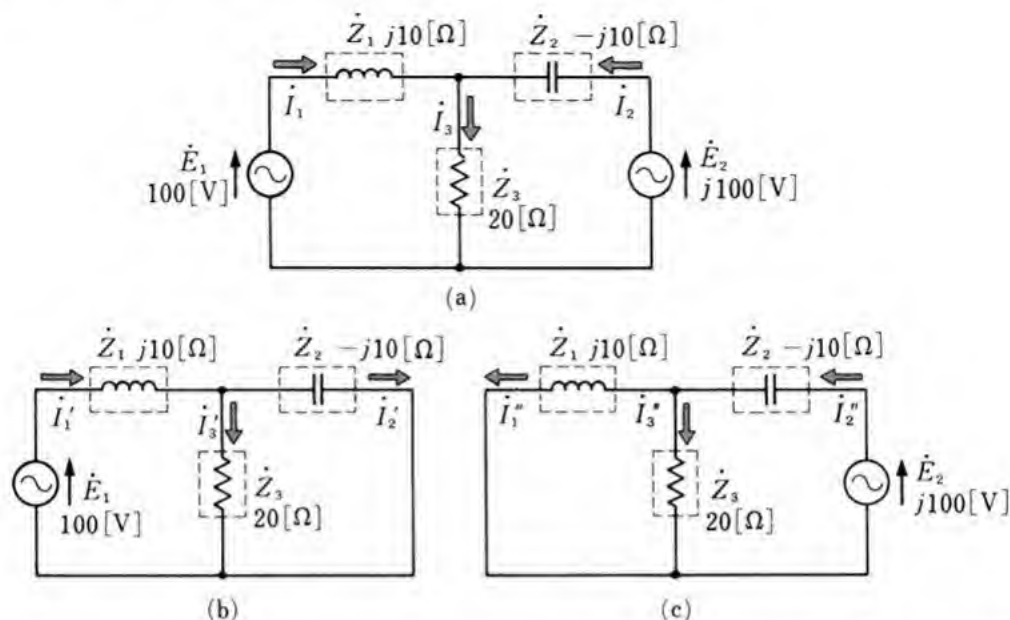



図 5　交流回路における重ね合わせの理

1，2とする。

次に，交流回路における適用例について調べる。

図5 (a) は，$\dot{Z}_1$, $\dot{Z}_2$, $\dot{Z}_3$ [Ω] からなる回路に，$\dot{E}_1$, $\dot{E}_2$ [V] の二つの電源が加わっている回路で，$\dot{E}_1=100$ [V]，$\dot{E}_2=j\,100$ [V]，$\dot{Z}_1=j\,10$ [Ω]，$\dot{Z}_2=-j\,10$ [Ω]，$\dot{Z}_3=20$ [Ω] である。この場合，図 (a) は，図 (b) と図 (c) を重ね合わせたものと考え，図 (b)，(c) の各インピーダンスを流れる電流を，図の向きに決めると，図 (b) から (13) が，図 (c) から (14) がそれぞれ求められる。

$$
\left.
\begin{aligned}
\dot{I}_1' &= \frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1+\dfrac{\dot{Z}_2\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2+\dot{Z}_3}} = \frac{100}{j\,10+\dfrac{-j\,10\times 20}{-j\,10+20}} = 20-j\,10\ [\mathrm{A}] \\
\dot{I}_2' &= \dot{I}_1'\times\frac{\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2+\dot{Z}_3} = (20-j\,10)\times\frac{20}{-j\,10+20} = 20\ [\mathrm{A}] \\
\dot{I}_3' &= \dot{I}_1'-\dot{I}_2' = (20-j\,10)-20 = -j\,10\ [\mathrm{A}]
\end{aligned}
\right\}
\tag{13}
$$

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_2''&=\frac{\dot{E}_2}{\dot{Z}_2+\dfrac{\dot{Z}_1\dot{Z}_3}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_3}}=\frac{j100}{-j10+\dfrac{j10\times20}{j10+20}}=-10+j20\,[\mathrm{A}]\\\dot{I}_1''&=\dot{I}_2''\times\frac{\dot{Z}_3}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_3}=(-10+j20)\times\frac{20}{j10+20}=j20\,[\mathrm{A}]\\\dot{I}_3''&=\dot{I}_2''-\dot{I}_1''=(-10+j20)-j20=-10\,[\mathrm{A}]\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

図5(a), (b), (c)から，$\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}_3$ [A] を求めたのが，(15) である。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_1&=\dot{I}_1'-\dot{I}_1''=(20-j10)-j20=20-j30 &[\mathrm{A}]\\\dot{I}_2&=\dot{I}_2''-\dot{I}_2'=(-10+j20)-20=-30+j20 &[\mathrm{A}]\\\dot{I}_3&=\dot{I}_3'+\dot{I}_3''=-j10+(-10)=-10-j10 &[\mathrm{A}]\end{aligned}\right\}\quad(15)$$

問 4. 図6において，$\dot{E}_1=100$ [V]，$\dot{E}_2=100$ [V]，$\dot{Z}_1=10$ [Ω]，$\dot{Z}_2=40$ [Ω]，$\dot{Z}_3=12$ [Ω] としたとき，重ね合わせの理を使って，各インピーダンスに流れる電流を求めよ。

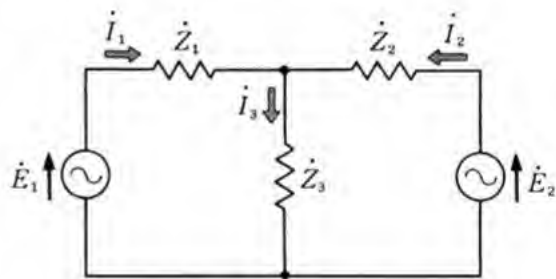



図 6

3. 鳳・テブナンの定理

複雑な回路でも，あるインピーダンスに流れる電流だけを求めたい場合，鳳・テブナンの定理を使うと，容易に求めることができる。

(1) 鳳・テブナンの定理

電源を含んでいる回路を能動回路といい，電源を含んでいない回路を受動回路という。

いま，図7(a)の任意の回路網を，二つに切って，図(b)のように，能動回路と受動回路に分ける。このときの端子1，2間の電圧を $\dot{V}_0$

とする。この電圧を能動回路の開放電圧という。能動回路の電源をすべて取り除いて短絡させたとき，端子1，2間のインピーダンス$\dot{Z}_o$を能動回路の**出力インピーダンス**（output inpedance）という。また，受動回路の端子1′, 2′間のインピーダンス$\dot{Z}_i$を受動回路の**入力インピーダンス**（input impedance）という。能動回路と受動回路を再び接続して図(c)としたとき，インピーダンス$\dot{Z}_i$に流れる電流$\dot{I}$は，次のように表される。

$$\dot{I}=\frac{\dot{V}_o}{\dot{Z}_o+\dot{Z}_i}$$

これが，**鳳・テブナンの定理**（Ho -Thévnin's theorem）である。

（2）　鳳・テブナンの定理の説明

図8(a)の回路では，第1章で学んだことからわかるように，抵抗R_3[Ω]を流れる電流は$\dfrac{E}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}\cdot\dfrac{R_2}{R_2+R_3}=0.5$[A]である。

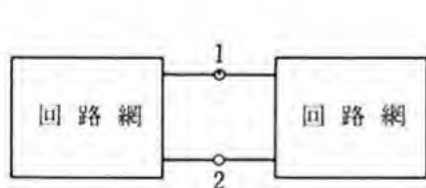
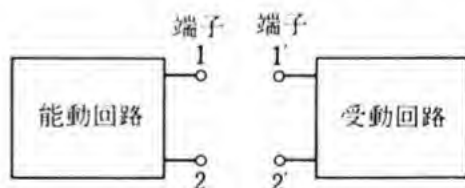
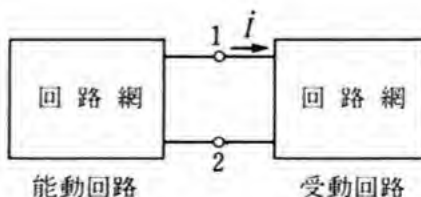
図7　鳳・テブナンの定理

(a) 回路網　　(b) 能動回路と受動回路

(c) 鳳・テブナンの定理

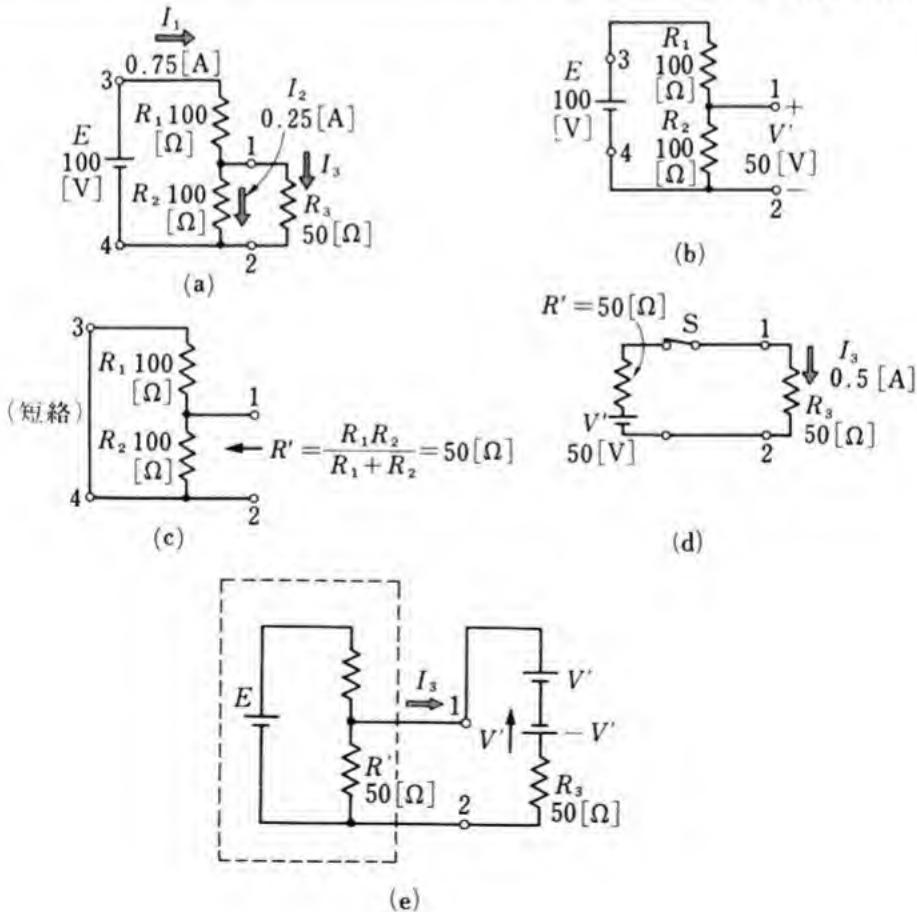
図 8 (a) の回路で，R_3 を流れる電流を求めてみよう。

1) 図 8 (a) の R_3 を端子 1, 2 の点で切り離した図 (b) の回路を考える。端子 1, 2 間に現れる電圧の極性と，その大きさを求める。この図では，端子 1 が正で，電圧の大きさ V' は，

$$V'=\frac{R_2V}{R_1+R_2}=\frac{100\times100}{100+100}=50\ [\mathrm{V}]$$ である。

2) 次に，図 (b) の回路から，起電力 E [V] の電源を取り去って，端子 3, 4 間を短絡した図 (c) の回路で，端子 1, 2 間の合成抵抗 R' [Ω] を求める。この図では，

$$R'=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{100\times100}{100+100}=50\ [\Omega]$$ である。

図 8　鳳・テブナンの定理の考え方

3)　図8(a)の端子1，2から抵抗 R_3 を切り離すと，端子1，2の左側の電源を含む回路は，端子1，2から回路を見ると，図(d)のように，$V'=50$ [V] と $R'=50$ [Ω] が重ね合わされた回路と等価である。スイッチSを入れたとき，R_3 を流れる電流 I_3 は，次の等式で求まる。

$$I_3=\frac{V'}{R'+R_3}=\frac{50}{50+50}=0.5\ [\mathrm{A}]$$

これは，図(a)だけで求めた電流と一致する。

さて，図8(a)の R_3 に，開放時の電圧に等しい起電力 V' と $-V'$ を直列に接続した場合の図が，図(e)である。この場合，

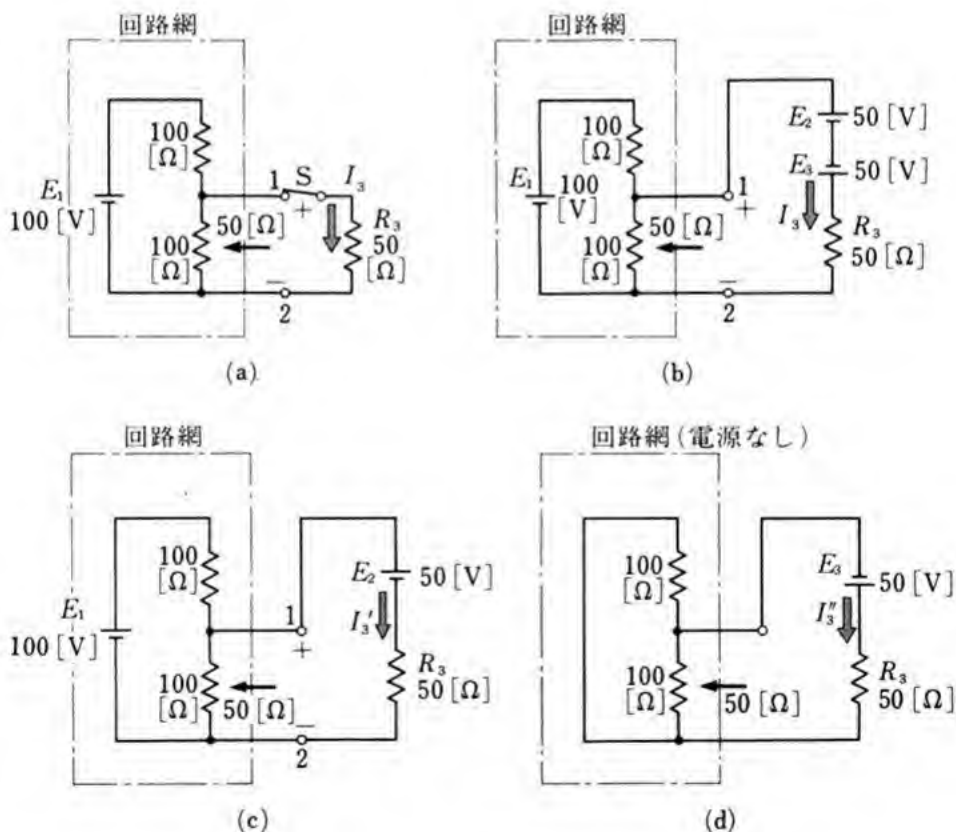



図 9

E と V' のみが働いたときは，$I_3=0$ である。$-V'$ のみが働いたときの電流 I_3 は，次の等式で求まる。

$$I_3=\frac{V'}{R'+R_3}=\frac{50}{50+50}=0.5\,[\mathrm{A}]$$

これを重ね合わせて，E, V', $-V'$ が働いたときは，$0+I_3=0.5\,[\mathrm{A}]$ と求まり，重ね合わせの理から説明できる。

問 5. 図9において，次の問いに答えよ。

(1) 図(a)のスイッチSを入れた回路の電流 I_3 は，図(b)の I_3 の電流と同じであるという。なぜか。

(2) 図(c)は，図(b)の起電力 E_3 の電源を取り去った回路である。R_3 の電流 I_3' はいくらか。

(3) 図(d)は，図(b)の電源 E_3 だけを残し，他の電源を取り去った回路である。R_3 の電流 I_3'' を求めよ。

(4) I_3' と I_3'' の和は I_3 である。これはなんという定理によるか。

(5) このようにして求めた電流は，鳳・テブナンの定理によって求めた値と一致するか。

問 6. 図8(a)において，$R_1=50\,[\Omega]$，$R_2=R_3=100\,[\Omega]$，電源の起電力は $E=100\,[\mathrm{V}]$ であるという。R_3 の電流 I_3 を鳳・テブナンの定理によって求めよ。

(3) 鳳・テブナンの定理の適用例

鳳・テブナンの定理は，重ね合わせの理から説明できた。したがって，鳳・テブナンの定理は，交流回路においてもなりたつ。ここでは，図10(a)の回路における，インピーダンス $\dot{Z}_3\,[\Omega]$ に現れる電圧 $\dot{V}_3\,[\mathrm{V}]$ を求める方法について考える。

1) まず図10(a)のインピーダンス $\dot{Z}_3$ を切り離した図(b)の回路を考え，この回路の端子1，2間に現れる電圧 $\dot{V}'\,[\mathrm{V}]$ を求める。

この場合，$\dot{I}'=\dfrac{\dot{E}_1-\dot{E}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}$ であり，$\dot{V}'=\dot{E}_1-\dot{Z}_1\dot{I}'$ であるから，

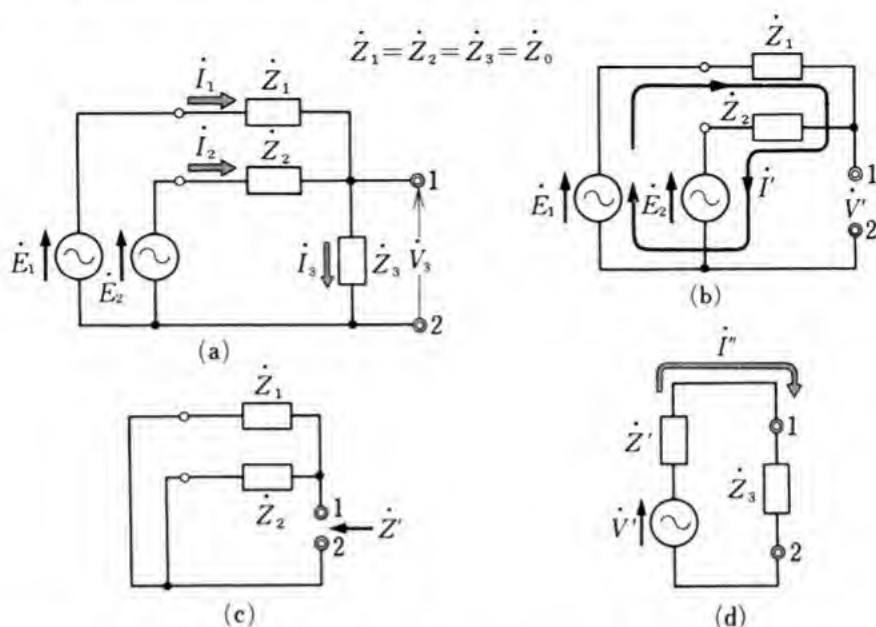



図 10　交流回路における鳳・テブナンの定理

$\dot{V}'$ [V] は次のように表される。

$$\dot{V}'=\dot{E}_1-\dot{Z}_1\frac{\dot{E}_1-\dot{E}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}=\frac{\dot{Z}_2\dot{E}_1+\dot{Z}_1\dot{E}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} \qquad (16)$$

2)　次に，電源を取り除いた図(c)の回路を考え，端子 1, 2 間のインピーダンス $\dot{Z}'$ [Ω] を求めたのが，(17) である。

$$\dot{Z}'=\frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} \qquad (17)$$

3)　このようにして，$\dot{Z}_3$ を切り離したときの，端子 1, 2 間の電圧 $\dot{V}'$ と，そのときの回路側のインピーダンス $\dot{Z}'$ の式が得られたので，図(d)の回路を考えると，$\dot{I}''=\dfrac{\dot{V}'}{\dot{Z}'+\dot{Z}_3}$ である。したがって，求める電圧 $\dot{V}_3$ [V] は $\dot{V}_3=\dot{Z}_3\dot{I}''$ であるから，次のように表される。

$$\dot{V}_3=\frac{\dot{Z}_3\left(\dfrac{\dot{Z}_2\dot{E}_1+\dot{Z}_1\dot{E}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}\right)}{\dfrac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2}+\dot{Z}_3}=\frac{\dot{Z}_3(\dot{Z}_2\dot{E}_1+\dot{Z}_1\dot{E}_2)}{\dot{Z}_1\dot{Z}_2+\dot{Z}_2\dot{Z}_3+\dot{Z}_3\dot{Z}_1} \qquad (18)$$

もし，$\dot{Z}_1=\dot{Z}_2=\dot{Z}_3=\dot{Z}_0$ であるとすると，$\dot{V}_3$ は(19)で求まる。

$$\dot{V}_3=\frac{\dot{Z}_0{}^2}{3\dot{Z}_0{}^2}(\dot{E}_1+\dot{E}_2)=\frac{1}{3}(\dot{E}_1+\dot{E}_2) \qquad (19)$$

このように，図(a)の回路では，端子1, 2からは，$\dot{E}_1$ と $\dot{E}_2$ の和に比例する電圧が得られる。

問　　題

1. 図11において端子1, 2間の電圧 $\dot{V}$ を求めよ。

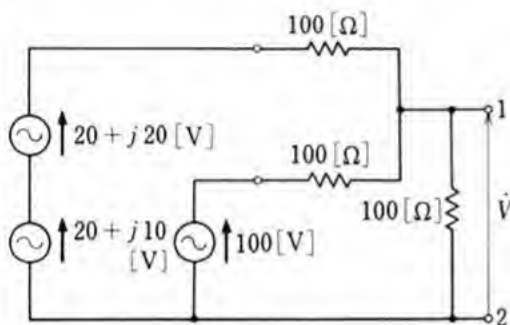
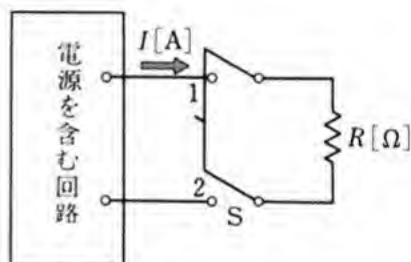



図 11　　図 12

2. 図12のように，ある電源を含む回路に，60[Ω]の抵抗を接続したら，1[A]の電流が流れ，160[Ω]の抵抗を接続したら，0.5[A]の電流が流れた。回路の内部抵抗（端子間1, 2の抵抗）および，スイッチSを切ったときの端子1, 2間の電圧を求めよ。

4　三 相 交 流

この節の目標　これまで学んできた交流回路では，電源と負荷を結ぶのに2本の電線があればよかった。ところが，送電線や配電線を見ればわかるように，大きな電力を送る場合には，3本の電線を使うことが多い。この場合の交流は，三相交流とよばれ，これまでに学んできた交流は単相交流とよばれる。

この節では，三相交流の発生のしかたを初め，三相交流の初等的な性質を学び，三相回路の計算方法について調べ，さらに三相交流によって発生する回転磁界についても学習する。

1. 三 相 交 流

三相交流の発生のしかたやその初等的な性質について調べ，三相交流の表し方，および三相交流の結線のしかたを学ぶ。

(1) 三相交流の発生

図1のように磁界内に同じ三つのコイル A, B, C を空間的に互いに$\frac{2}{3}\pi$ [rad] (120°) ずつの間隔で配置し，正の向きに角速度 ω [rad/s] で回転させると，コイルには互いに $\frac{2}{3}\pi$ [rad] ずつ位相差をもった，大きさの等しい三つの正弦波交流起電力が発生する。このように，位相差がある三つの起電力を一組として扱う交流を**三相交流** (three phase AC) という。三相交流のうち，それぞれの起電力の大きさが等しく，位相差が互いに $\frac{2}{3}\pi$ [rad] である三相交流を**対称三相交流** (symmetrical three phase AC) という。また，三つの起電力の大きさが等しくない三相交流や，位相差が $\frac{2}{3}\pi$ [rad] でない三相交流を**非対称三相交流** (asymmetrical three phase AC) という。

(a) $t=0$のときの図　(b)

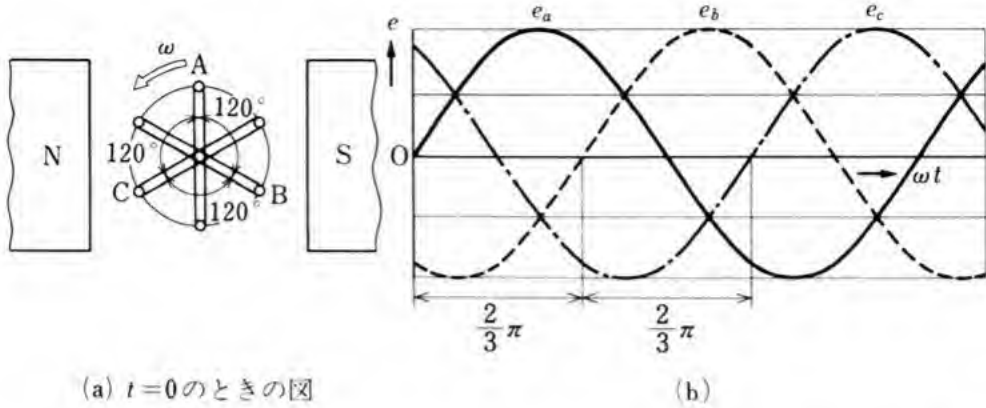



図 1　三相交流の発生

この節では，対称三相交流について学ぶ。したがって，以後，三相交流といえば対称三相交流を意味する。

コイル A, B, C によって発生する交流を，それぞれ a 相，b 相，c 相の交流とよび，各相の起電力をそれぞれ e_a, e_b, e_c [V] とする。図 1 からもわかるように，各相の起電力が，e_a を固定すると，e_a, e_b, e_c の順に最大になるとき，この順序を**相順** (phase sequence) または**相回転** (phase rotation) といい，相順が a, b, c であるという。

(2)　三相交流の表し方

瞬時値による表現　図 1 において，各コイルの起電力の実効値を E [V]，コイルの角速度を ω [rad/s] とし，相順が a, b, c であるとする。各相の起電力 e_a, e_b, e_c [V] は，次のように表される。

$$\left.\begin{aligned} e_a&=\sqrt{2}\,E\sin\omega t\\ e_b&=\sqrt{2}\,E\sin\left(\omega t-\frac{2}{3}\pi\right)\\ e_c&=\sqrt{2}\,E\sin\left(\omega t-\frac{4}{3}\pi\right)\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

このことから，三相交流は，実効値が等しく，互いに $\frac{2}{3}\pi$ [rad] (120°) の位相差をもつ三つの単相交流が，同時に，それぞれ独立

に存在するものとまったく同等であることがわかる。

三相交流の瞬時値の和

(1)から，e_a, e_b, e_c の和を，三角関数の公式*を使って計算すると，

$$
\begin{aligned}
e_a+e_b+e_c &= \sqrt{2}\,E\left\{\sin\omega t+\sin\left(\omega t-\frac{2}{3}\pi\right)+\sin\left(\omega t-\frac{4}{3}\pi\right)\right\} \\
&= \sqrt{2}\,E\left\{\sin\omega t+\left(\sin\omega t\cos\frac{2}{3}\pi-\sin\frac{2}{3}\pi\cos\omega t\right.\right. \\
&\qquad \left.\left.+\sin\omega t\cos\frac{4}{3}\pi-\sin\frac{4}{3}\pi\cos\omega t\right)\right\} \\
&= \sqrt{2}\,E\left\{\sin\omega t+\left(-\frac{1}{2}\sin\omega t-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right.\right. \\
&\qquad \left.\left.-\frac{1}{2}\sin\omega t+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\omega t\right)\right\} \\
&= \sqrt{2}\,E(\sin\omega t-\sin\omega t)=0 \qquad (2)
\end{aligned}
$$

がなりたつ。

(2)から，三相交流起電力の各瞬時値の和は，時間に無関係に0になることがわかる。また同様に，三相交流についても，各瞬時値の和が，時間に無関係に0になることを確かめることができる。

記号法による表現　各相の起電力の大きさがどれも E[V]で，相順が a, b, c の対称三相起電力を，それぞれ $\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$[V]とし，$\dot{E}_a$[V]の位相角を0[rad]とすれば，(3)がなりたつ。

---

* 三角関数の公式 $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$ を使えば，
$\sin\omega t+\sin\left(\omega t-\frac{2}{3}\pi\right)+\sin\left(\omega t-\frac{4}{3}\pi\right)=0$ であることがわかる。

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_a &= E(\cos 0 + j\sin 0) = E \\ \dot{E}_b &= E\left\{\cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right) + j\sin\left(-\frac{2}{3}\pi\right)\right\} = E\varepsilon^{j\left(-\frac{2}{3}\pi\right)} \\ &= E\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ \dot{E}_c &= E\left\{\cos\left(-\frac{4}{3}\pi\right) + j\sin\left(-\frac{4}{3}\pi\right)\right\} = E\varepsilon^{j\left(-\frac{4}{3}\pi\right)} \\ &= E\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\end{aligned}\right\} \quad (3)^*$$

（3）から，対称三相起電力の和が 0 [V] となることがわかる。

> **例題 1.** 実効値が 200 [V] の対称三相起電力 $\dot{E}_a$, $\dot{E}_b$, $\dot{E}_c$ [V] を $\dot{E}_a$ [V] を基準にとって記号法で表せ。ただし，相順を a, b, c とする。

解答 $\dot{E}_a = 200$ [V]

$$\dot{E}_b = 200\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -100 - j\,173.2 \text{ [V]}$$

$$\dot{E}_c = 200\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -100 + j\,173.2 \text{ [V]}$$

問 1. 大きさ 10 [A] の対称三相電流 $\dot{I}_a$, $\dot{I}_b$, $\dot{I}_c$ を，記号法で表せ。

（3） 三 相 結 線

発生した三相交流の起電力を各相ごとに負荷に接続すると，合計 6 本の電線が必要であるが，三つの起電力と負荷をうまく結線することによって 3 本の電線ですます方法がある。

各相の電源を図 2 (a) のように結線する方法を **Y 結線**，または星

* 三相交流を複素数で表現する場合，その偏角 θ の範囲は，$-2\pi < \theta \leqq 0$ に限定する。

形結線 (star connection) といい, 図(b)のように結線する方法を**△結線**, または**三角結線** (delta connection) という。

三相交流の負荷の結線方法には, 図3に示すように, 電源の結線方法と同じように, Y結線と△結線とがある。図3のように各相の負荷が等しい場合を**平衡負荷** (balanced load) という。一般に, 電源が対称で負荷が平衡な場合を**平衡三相回路** (balanced three phase circuit), 平衡でない場合を**不平衡三相回路** (unbalanced three phase circuit) という。

以下, とくにことわらない限り, 対称三相起電力と平衡三相回路を扱う。

図 2 電源の三相結線

(a) Y結線

(b) △結線

図 3 負荷の三相結線

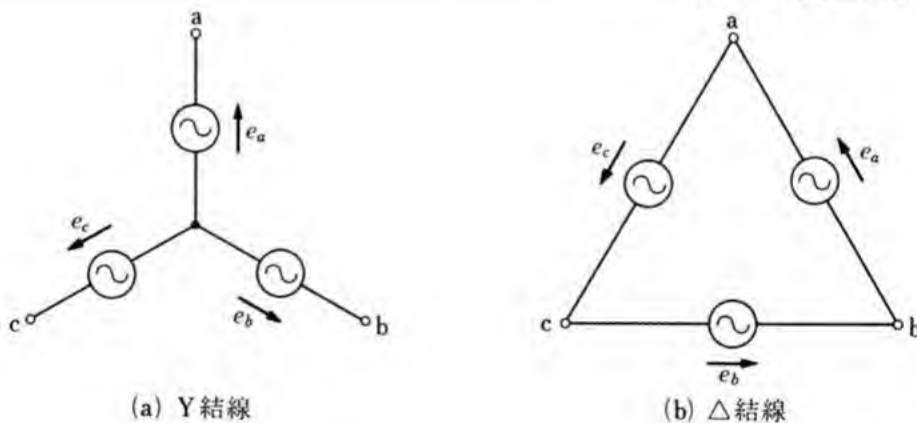
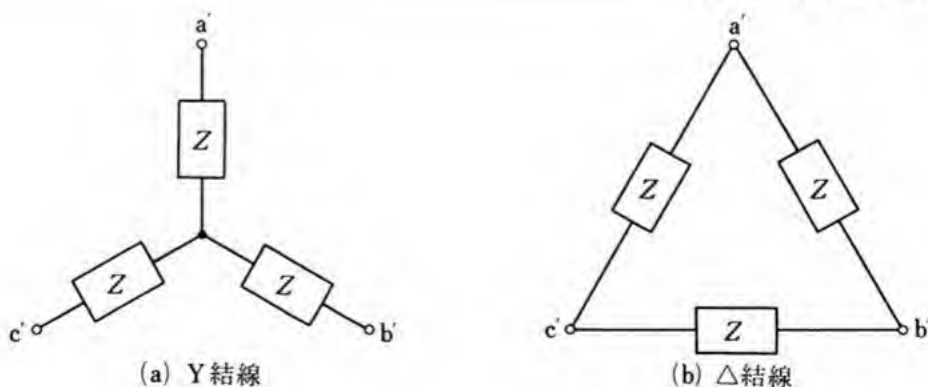
(a) Y結線

(b) △結線

2. Y-Y 回 路

図4のように，電源・負荷ともにY結線にした回路を**Y-Y 回路**という。各相の共通点N, N′を**中性点**（neutral point）という。なお，N, N′を接続する線を**中性線**（neutral conductor）という。中性線を流れる電流は，各相の和の電流であり，平衡負荷の場合は0であるから，中性線を省略することができる。中性線を使う回路を**三相四線式**（three-phase four-way system）といい，中性線を使わない回路を**三相三線式**（three-phase three-way system）という。

（1）**相電圧と線間電圧**　図4のY-Y回路において，対称三相起電力の各相の起電力 $\dot{E}_a, \dot{E}_b, \dot{E}_c$ [V] によって生じる電圧を**相電圧**（phase voltage）といい，端子 a, b ; b, c ; c, a の間の各電圧 $\dot{E}_{ab}$, $\dot{E}_{bc}$, $\dot{E}_{ca}$ [V] を**線間電圧**（line voltage）という。端子 a, b 間には，bからaに向かって，二つの相電圧 $-\dot{E}_b$ と $\dot{E}_a$ があるから，その線間電圧 $\dot{E}_{ab}$ は，$-\dot{E}_b+\dot{E}_a$ で与えられる。したがって，各線間電圧と各相電圧の間には，次の関係がなりたつ。

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_{ab}&=\dot{E}_a-\dot{E}_b\\ \dot{E}_{bc}&=\dot{E}_b-\dot{E}_c\\ \dot{E}_{ca}&=\dot{E}_c-\dot{E}_a\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

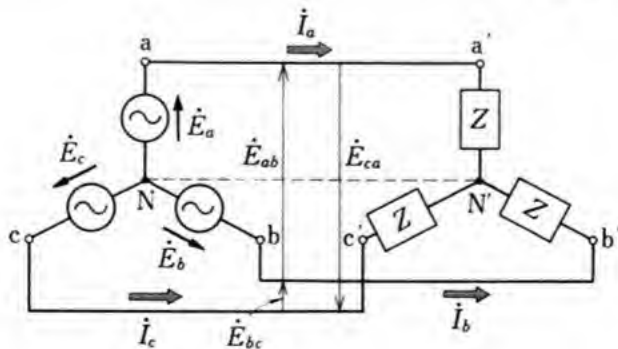



図4　Y-Y　回　路

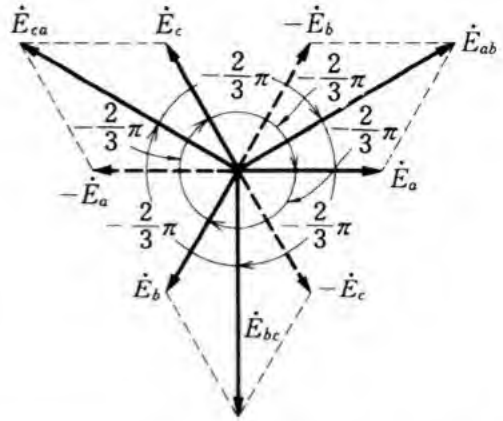
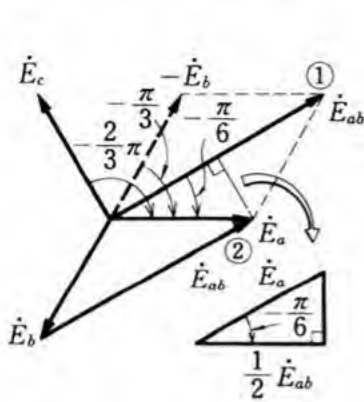



図5 $\dot{E}_{ab}$ のベクトル図

図6 各線間電圧のベクトル図

（4）へ（3）を代入して $\dot{E}_{ab}$ を求めると，次の等式が得られる。

$$\dot{E}_{ab}=E-\left\{E\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\}=E\left(\frac{3}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\sqrt{3}\ E\varepsilon^{j\left(-\frac{11}{6}\pi\right)}$$

$\dot{E}_{ab}$ の大きさは，$\dot{E}_a$ の大きさの$\sqrt{3}$倍である。図5は，$\dot{E}_a$, $\dot{E}_b$, $\dot{E}_{ab}$ の関係を示したベクトル図である。

同様に，$\dot{E}_{bc}$, $\dot{E}_{ca}$ を求めると，それぞれ，次の等式が得られる。

$$\dot{E}_{bc}=\sqrt{3}\ E\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\dot{E}_{ca}=\sqrt{3}\ E\varepsilon^{j\left(-\frac{7}{6}\pi\right)}$$

図6は，各相電圧と各線間電圧を示したベクトル図である。ここで，線間電圧の大きさを V_l [V]，相電圧の大きさを V_p [V] とすると，（5）がなりたつ。

$$\boldsymbol{V_l=\sqrt{3}\ V_p} \qquad (5)$$

Y 結線の線間電圧の位相は，相電圧の位相より $\frac{\pi}{6}$ [rad]進んでいる。

問 2. Y-Y 回路で，線間電圧が 200 [V] のとき，相電圧はいくらか。

（2） 相電流と線電流　図4の Y-Y 回路では，各相を流れる

電流と，各線すなわち aa′, bb′, cc′ を流れる電流 $\dot{I}_a$, $\dot{I}_b$, $\dot{I}_c$ [A] とは同じである。各相に流れる電流を**相電流** (phase current) といい，各線に流れる電流を **線電流** (line current) という。Y 結線では，相電流を I_p [A]，線電流を I_l [A]とすると，次の関係がなりたつ。

$$\boldsymbol{I_l}=\boldsymbol{I_p} \tag{6}$$

（3） 電圧と電流の関係

図 7 (a) の Y-Y 回路において，電源各相の起電力を $\dot{E}_a$, $\dot{E}_b$, $\dot{E}_c$ [V]，平衡負荷各相のインピーダンスを $\dot{Z}=R+jX$ [Ω] とした場合，電流 $\dot{I}_a$, $\dot{I}_b$, $\dot{I}_c$ [A] を求める方法を調べる。

図(a)の回路には中性線はないが，あっても回路電流は変化しないので，N, N′ を電線でつないだものとして，a 相だけを取り出し，図 (b) の回路として考えることができる。

したがって，電源の相電圧の大きさが E [V] で，相順が a, b, c の場合に，$\dot{I}_a$, $\dot{I}_b$, $\dot{I}_c$ を求めると，次のように表される。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_a&=\frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}}=\frac{E\varepsilon^{j0}}{Z\varepsilon^{j(\theta-2\pi)}}=\frac{E}{Z}\varepsilon^{j(-\theta)}\\ \dot{I}_b&=\frac{\dot{E}_b}{\dot{Z}}=\frac{E\varepsilon^{j\left(-\frac{2}{3}\pi\right)}}{Z\varepsilon^{j(\theta-2\pi)}}=\frac{E}{Z}\varepsilon^{j\left(-\theta-\frac{2}{3}\pi\right)}\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

図 7　Y-Y 回路の考え方

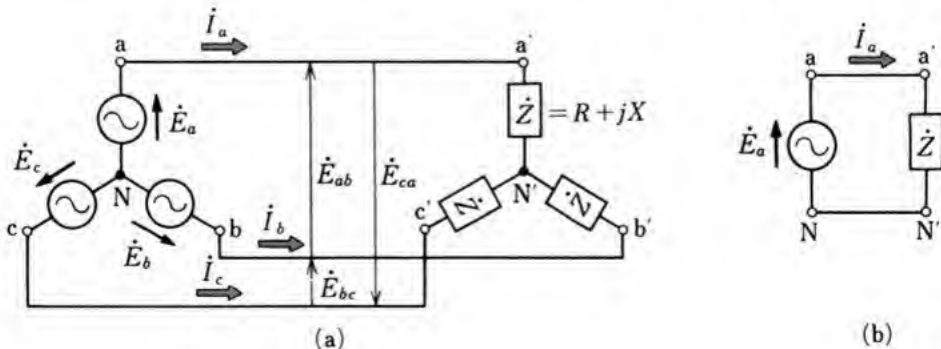
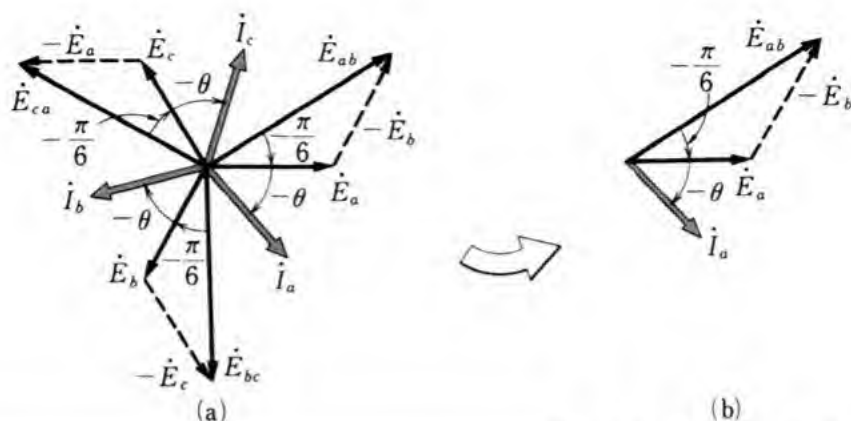



図 8　Y-Y 回路のベクトル図

$$\dot{I}_c=\frac{\dot{E}_c}{\dot{Z}}=\frac{E\varepsilon^{j\left(-\frac{4}{3}\pi\right)}}{Z\varepsilon^{j(\theta-2\pi)}}=\frac{E}{Z}\varepsilon^{j\left(-\theta-\frac{4}{3}\pi\right)}$$

ただし，　$Z=\sqrt{R^2+X^2}$，$\tan\theta=\dfrac{X}{R}$

図 8 (a) は，三相のベクトル図であり，図 (b) は a 相に関する 1 相分だけを取り出したベクトル図である。

例題 2.　図 9 の Y-Y 回路において，線間電圧が 200 [V] で，負荷各相のインピーダンスが $\dot{Z}=12+j9$ [Ω] である場合，各線電流を求め，電圧と電流のベクトル図をかけ。

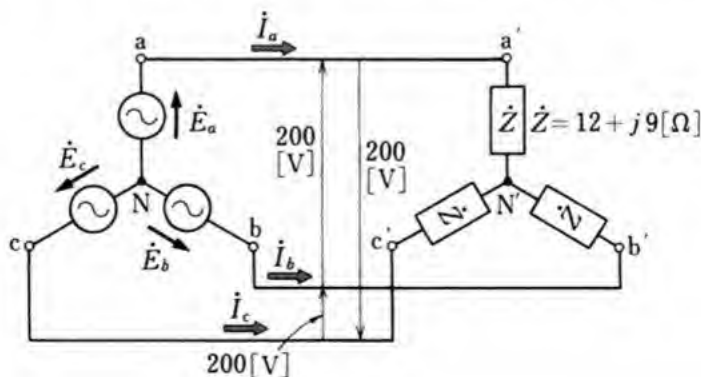



図 9

解答 Y 結線の電源の相電圧 E [V] は，線間電圧の $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 倍であるから，次の等式で求まる。

$$E=\frac{200}{\sqrt{3}}=115.5\ [\mathrm{V}]$$

いま，電源の相順を a, b, c とし，a 相を基準にとれば，各相電圧 $\dot{E}_a$, $\dot{E}_b$, $\dot{E}_c$ [V] は，次の等式で求まる。

$$\dot{E}_a=115.5 \quad [\mathrm{V}]$$

$$\dot{E}_b=115.5\,\varepsilon^{j\left(-\frac{2}{3}\pi\right)} \quad [\mathrm{V}]$$

$$\dot{E}_c=115.5\,\varepsilon^{j\left(-\frac{4}{3}\pi\right)} \quad [\mathrm{V}]$$

インピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] を指数形の極形式に改めたのが，以下の等式である。

$$\dot{Z}=12+j\,9=Z\,\varepsilon^{j\theta}\ [\Omega]$$

$$Z=\sqrt{12^2+9^2}=15\ [\Omega]$$

$$\tan\theta=\frac{9}{12}=0.75$$

ゆえに　$\theta=(0.644-2\pi)$ [rad]

したがって，　$\dot{Z}=15\,\varepsilon^{j(0.644-2\pi)}$ [Ω]

1 相分の独立した単相回路を a 相について示したのが，図 10 であるから，I_a [A] は次の等式で求まる。

$$I_a=\frac{\dot{E}_a}{\dot{Z}}=\frac{115.5}{15\,\varepsilon^{j(0.644-2\pi)}}=7.7\,\varepsilon^{j(-0.644)}\ [\mathrm{A}]$$

さらに，$\dot{I}_b$, $\dot{I}_c$ [A] は，次の等式で求まる。

$$\dot{I}_b=7.7\,\varepsilon^{j\left(-0.644-\frac{2}{3}\pi\right)}=7.7\,\varepsilon^{j(-2.738)}\ [\mathrm{A}]$$

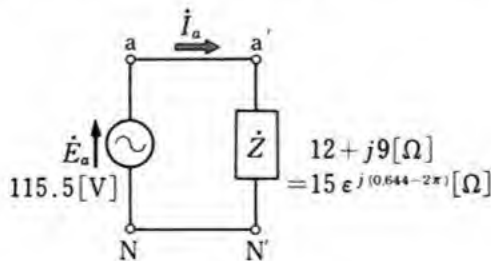



図 10

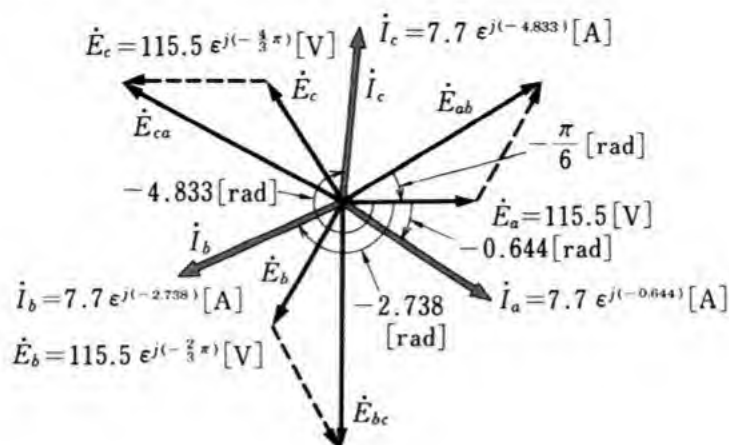



図 11

$$\dot{I}_c=7.7\,\varepsilon^{j\left(-0.644-\frac{4}{3}\pi\right)}=7.7\,\varepsilon^{j(-4.833)}\ [\mathrm{A}]$$

以上の関係をベクトル図として，図11に示す。

問 3. 図12のY-Y回路において，電源の相電圧が100 [V] で，負荷1相の抵抗を10 [Ω] とすると，各線電流はいくらになるか。また，この場合の電圧と電流のベクトル図をかけ。

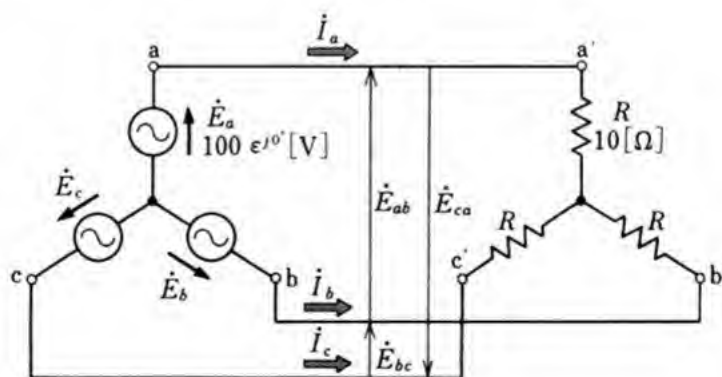



図 12

3. △-△ 回　路

図 13 のように，電源・負荷ともに△結線にした回路を**△-△回路**という。

(1) **相電圧と線間電圧**　対称三相起電力に平衡負荷を接続した図 13 の△-△結線においては，線間電圧 $\dot{E}_{ab}$, $\dot{E}_{bc}$, $\dot{E}_{ca}$ [V] について，(8) がなりたつ。

$$\dot{E}_{ab}=\dot{E}_a,\quad \dot{E}_{bc}=\dot{E}_b,\quad \dot{E}_{ca}=\dot{E}_c \tag{8}$$

すなわち，△結線では，線間電圧 V_l [V] と相電圧 V_p [V] とが等しくなるので，次の関係がなりたつ。

$$V_l=V_p \tag{9}$$

(2) **電圧と電流の関係**

図 14 (a) の △-△ 回路において，電圧と電流の関係について調べる。

電源の △ 結線は，図 (b) のように，閉回路を作ると，これに $(\dot{E}_{ab}+\dot{E}_{bc}+\dot{E}_{ca})$ [V] の起電力が加わることになるが，対称三相起電力の和が 0 [V] であるため，この閉回路中に循環電流 $\dot{I}_R$ [A] は流れない。

図 13　△-△回路

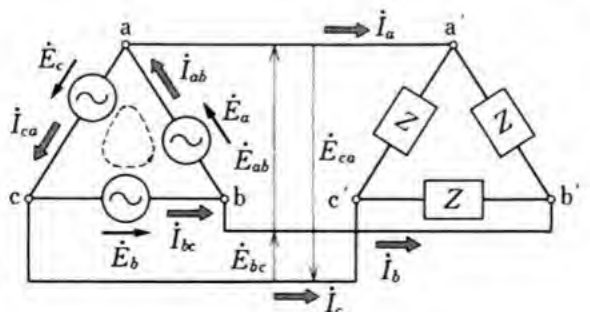
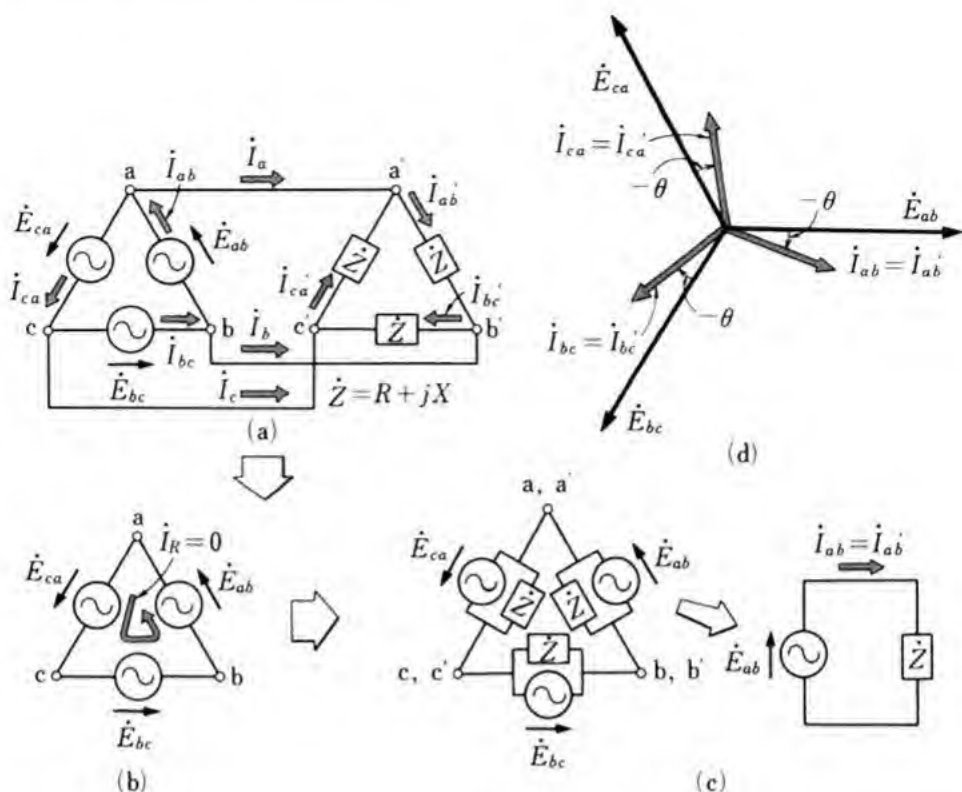



図 14 Δ-Δ 回路の考え方とベクトル図

したがって，電源と負荷の相電流を求める限りでは，図(c)を考えればよく，電源の相電圧の大きさを E [V]，相順を a, b, c とし，$\dot{E}_{ab}$ [V] の位相角を 0 [rad] とすると，電源の相電流 $\dot{I}_{ab}$, $\dot{I}_{bc}$, $\dot{I}_{ca}$ [A] および負荷の相電流 $\dot{I}_{ab}'$, $\dot{I}_{bc}'$, $\dot{I}_{ca}'$ [A] は，次のように表される。

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_{ab}=\dot{I}_{ab}'=\frac{\dot{E}_{ab}}{\dot{Z}}=\frac{E}{Z}\varepsilon^{j(-\theta)} \\ \dot{I}_{bc}=\dot{I}_{bc}'=\frac{\dot{E}_{bc}}{\dot{Z}}=\frac{E}{Z}\varepsilon^{j\left(-\theta-\frac{2}{3}\pi\right)} \\ \dot{I}_{ca}=\dot{I}_{ca}'=\frac{\dot{E}_{ca}}{\dot{Z}}=\frac{E}{Z}\varepsilon^{j\left(-\theta-\frac{4}{3}\pi\right)} \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

ただし，$\dot{Z}=R+jX$, $Z=\sqrt{R^2+X^2}$，$\tan\theta=\dfrac{X}{R}$

図(d)は，相電圧と相電流の関係を示したベクトル図である。

（3） **相電流と線電流**　図13において，相電流 $\dot{I}_{ab}$, $\dot{I}_{bc}$, $\dot{I}_{ca}$ [A] は，(10) で求められるが，$\dot{I}_{ab}$ の大きさを I [A]，位相角を 0 [rad] とすると，(11) で表される。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{ab}&=I\\ \dot{I}_{bc}&=I\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\ \dot{I}_{ca}&=I\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\end{aligned}\right\}\qquad(11)$$

線電流 $\dot{I}_a$, $\dot{I}_b$, $\dot{I}_c$ [A] は，点 a, b, c で，キルヒホッフの第1法則を適用することによって，次のように求まる。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{ab}&=\dot{I}_{ca}+\dot{I}_a,\ \text{ゆえに},\ \dot{I}_a=\dot{I}_{ab}-\dot{I}_{ca}\\ \dot{I}_{bc}&=\dot{I}_{ab}+\dot{I}_b,\ \text{ゆえに},\ \dot{I}_b=\dot{I}_{bc}-\dot{I}_{ab}\\ \dot{I}_{ca}&=\dot{I}_{bc}+\dot{I}_c,\ \text{ゆえに},\ \dot{I}_c=\dot{I}_{ca}-\dot{I}_{bc}\end{aligned}\right\}\qquad(12)$$

(12) へ (11) を代入して $\dot{I}_a$ を求めると，次の等式が得られる。

$$\begin{aligned}\dot{I}_a&=I-\left\{I\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\}\\ &=I\left(\frac{3}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\\ &=\sqrt{3}\ I\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}\right)}\end{aligned}$$

$\dot{I}_a$ の大きさは，$\dot{I}_{ab}$ の大きさの $\sqrt{3}$ 倍であり，$\dot{I}_a$ の位相は，$\dot{I}_{ab}$ の位相より $\frac{\pi}{6}$ [rad] 遅れていることがわかる。

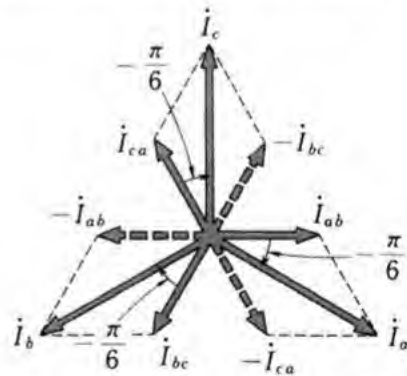



図 15　各線電流のベクトル図

同様に，$\dot{I}_b$, $\dot{I}_c$ を求めると，それぞれ，次の等式が得られる。

$$\dot{I}_b=\sqrt{3}\ I\varepsilon^{j\left(-\frac{5}{6}\pi\right)}$$

$$\dot{I}_c=\sqrt{3}\ I\varepsilon^{j\left(-\frac{3}{2}\pi\right)}$$

△結線では，線電流の大きさ I_p [A] と相電流の大きさ I_p [A] の間に，(13) がなりたつ。

$$\boldsymbol{I}_l=\sqrt{3}\ \boldsymbol{I}_p \qquad (13)$$

また，線電流の位相は，相電流の位相より $\frac{\pi}{6}$ [rad] 遅れている。

この関係を，複素平面上に図示したものが，図 15 である。

問 4. 線電流が 10 [A] である △ 結線回路の相電流は何アンペアか。

問 5. 図 16 の △ 結線における相電流と線電流を求めよ。

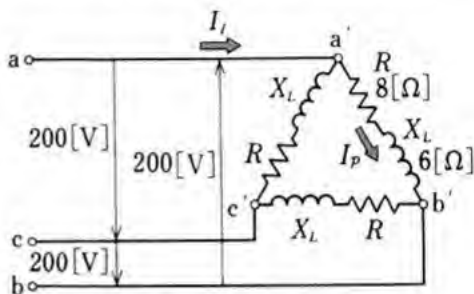
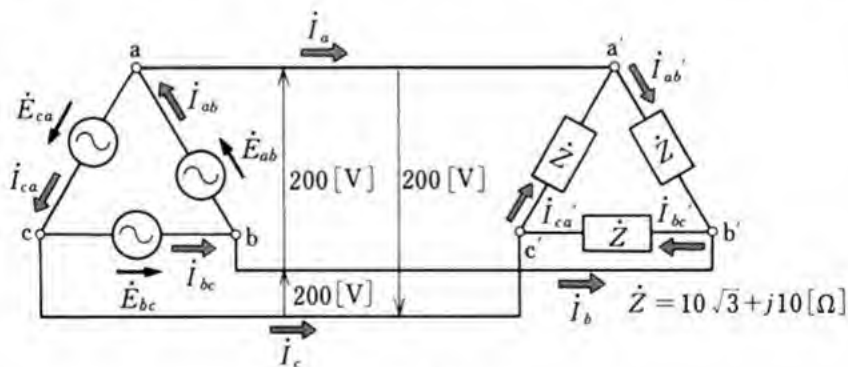



図 16

> **例題 3.** 図 17 の △-△ 回路において，線間電圧が 200 [V] で，負荷各相のインピーダンスが $\dot{Z}=10\sqrt{3}+j\,10$ [Ω] であるとき，電源と負荷の各相電流および各線電流を求めよ。
>
>
>
>
> 図 17

解答 $\dot{Z}$ [Ω] を指数形の極形式に改めると，次の等式が得られる。

$$\dot{Z}=10\sqrt{3}+j\,10\doteqdot 20\,\varepsilon^{j\left(-\frac{11}{6}\pi\right)}\quad[\Omega]$$

$\dot{E}_{ab}$ [V] を基準にとると，電源と負荷の相電流は，次のように求まる。

$$\dot{I}_{ab}=\dot{I}_{ab}'=\frac{\dot{E}_{ab}}{\dot{Z}}=\frac{200}{20\,\varepsilon^{j\left(-\frac{11}{6}\pi\right)}}$$

$$=10\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}\right)}\ [\mathrm{A}]$$

$$\dot{I}_{bc}=\dot{I}_{bc}'=10\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}-\frac{2}{3}\pi\right)}$$

$$=10\,\varepsilon^{j\left(-\frac{5}{6}\pi\right)}\ [\mathrm{A}]$$

$$\dot{I}_{ca}=\dot{I}_{ca}'=10\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}-\frac{4}{3}\pi\right)}$$

$$=10\,\varepsilon^{j\left(-\frac{3}{2}\pi\right)}\ [\mathrm{A}]$$

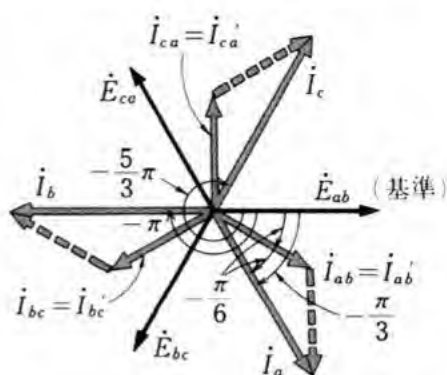



図 18

また，線電流は (12) から，以下の等式で求まる。

$$\dot{I}_{a}=\dot{I}_{ab}-\dot{I}_{ca}=\sqrt{3}\ I_{ab}\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6}\right)}=17.3\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$\dot{I}_{b}=17.3\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{3}-\frac{2}{3}\pi\right)}=17.3\,\varepsilon^{j(-\pi)}\ [\mathrm{A}]$$

$$\dot{I}_{c}=17.3\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{3}-\frac{4}{3}\pi\right)}=17.3\,\varepsilon^{j\left(-\frac{5}{3}\pi\right)}$$

問 6. 図 17 において，負荷各相のインピーダンスが $\dot{Z}=6+j\,8\ [\Omega]$ であるとき，負荷の各相電流および各線電流を求めよ。

（4） V 結 線 の 電 圧

△-△ 回路において，例えば図 19 (a) のように，c 相の電源を取り除いて結線する方法を **V 結線** (V-connection) という。

V 結線の線間電圧は，それぞれ，以下の等式で表される。

$$\left.\begin{aligned}&\dot{E}_{ab}=\dot{E}_{a},\quad \dot{E}_{bc}=\dot{E}_{b},\\&\dot{E}_{ca}=(-\dot{E}_{a})+(-\dot{E}_{b})=-(\dot{E}_{a}+\dot{E}_{b})\\&\quad=-\left\{E+E\left(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right\}=E\left(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\dot{E}_{c}\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

したがって，△ 結線と同様な対称三相起電力が得られる。この関係をベクトル図で示したのが，図 (b) である。

このため V 結線は，Y 結線や △ 結線と同様に，変圧器を使っ

(a)

(b)

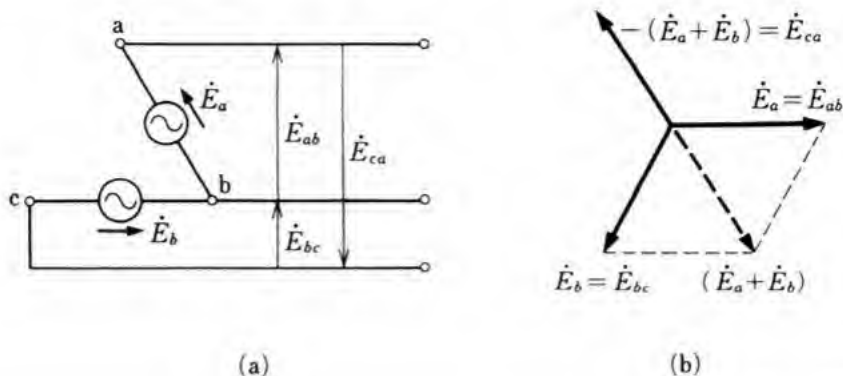



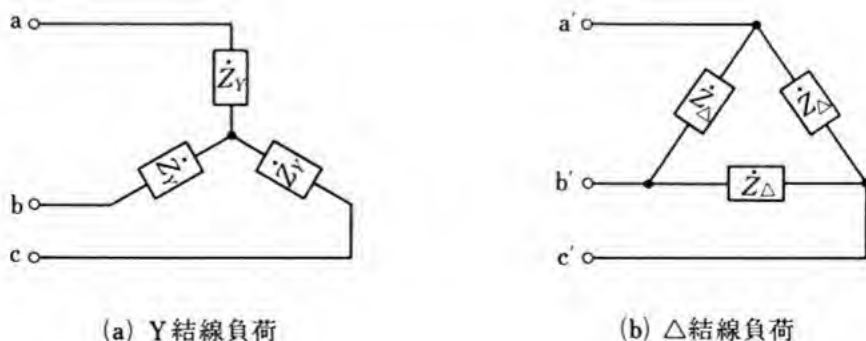
図 19　V　結　線

た三相交流電源として，よく使われる。

4. 負荷の Y 結線と △ 結線の換算

電源の結線方法と負荷の結線方法が異なる場合，例えば，Y-△回路においては，△ 結線の負荷をこれと等価な Y 結線の負荷に置き換えれば，Y-Y 回路として扱え，計算が容易になる。

図 20 (a) の Y 結線負荷と図 (b) の △ 結線負荷が等価であるためには，対応する 2 端子間，つまり，a-b 間と a′-b′ 間，b-c 間と b′-c′ 間，c-a 間と c′-a′ 間のインピーダンスが等しくなければならない。

図 20　Y 結線負荷と △ 結線負荷

(a) Y結線負荷

(b) △結線負荷

いま，図20のa-b間とa′-b′間のインピーダンスを，それぞれ，$\dot{Z}_{ab}$, $\dot{Z}_{a'b'}$とする．このとき，$\dot{Z}_{ab}$, $\dot{Z}_{a'b'}$は，次のように表される。

$$\dot{Z}_{ab}=\dot{Z}_{Y}+\dot{Z}_{Y}=2\dot{Z}_{Y} \tag{15}$$

$$\dot{Z}_{a'b'}=\frac{\dot{Z}_{\triangle}(\dot{Z}_{\triangle}+\dot{Z}_{\triangle})}{\dot{Z}_{\triangle}+(\dot{Z}_{\triangle}+\dot{Z}_{\triangle})}=\frac{2\dot{Z}_{\triangle}^{2}}{3\dot{Z}_{\triangle}}=\frac{2}{3}\dot{Z}_{\triangle} \tag{16}$$

したがって，図(a)のY結線負荷と図(b)の△結線負荷が等価であるためには，

$$2\dot{Z}_{Y}=\frac{2}{3}\dot{Z}_{\triangle}$$

がなりたたなくてはならない。ゆえに，

$$\dot{Z}_{Y}=\frac{1}{3}\dot{Z}_{\triangle}\quad \text{または}\quad \dot{Z}_{\triangle}=3\dot{Z}_{Y} \tag{17}$$

(17)から，△結線負荷をY結線負荷に換算するには各相のインピーダンスを$\frac{1}{3}$倍すればよく，逆に，Y結算負荷を△結線負荷に換算するには各相のインピーダンスを3倍すればよい。図21は，(17)の関係に基づいて，負荷のY結線と△結算の換算を図示したもの

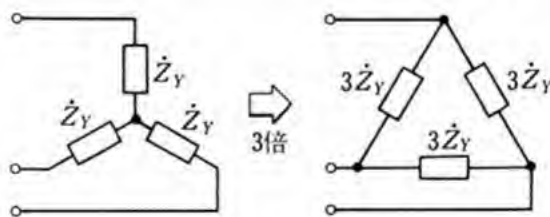
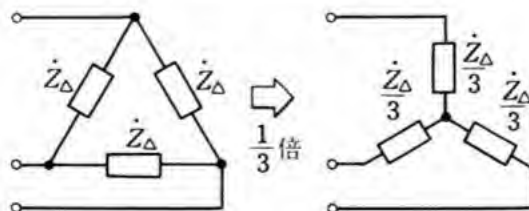



図21　負荷のY結線と△結線の換算

である。

例題 4. 図22のように，相電圧100 [V] の △ 結線電源に $\dot{Z}=10\sqrt{3}+j\,10$ [Ω] の Y 結線負荷が接続してある。各相電流と各線電流を求めよ。ただし，相順は a, b, c とする。

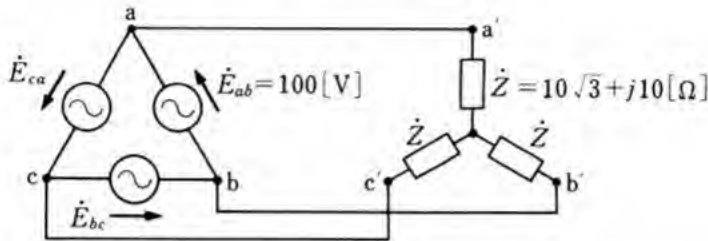



図 22

解答 まず，Y 結線負荷を △ 結線負荷に変換すると，

$\dot{Z}_{ab}=3\dot{Z}=30\sqrt{3}+j\,30=60\,\varepsilon^{j\left(-\frac{11}{6}\pi\right)}$ [Ω] となる。

これにより，回路を △-△ 結線と考えて相電流を求めると，$\dot{I}_{ab}'$, $\dot{I}_{bc}'$, $\dot{I}_{ca}'$ [A] は，

$$\dot{I}_{ab}'=\frac{\dot{E}_{ab}}{3\dot{Z}}=\frac{100}{60\,\varepsilon^{j\left(-\frac{11}{6}\pi\right)}}=1.67\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}\right)}\ \text{[A]}$$

$$\dot{I}_{bc}'=\frac{\dot{E}_{bc}}{3\dot{Z}}=\frac{100\,\varepsilon^{j\left(-\frac{2}{3}\pi\right)}}{60\varepsilon^{j\left(-\frac{11}{6}\pi\right)}}=1.67\,\varepsilon^{j\left(-\frac{5}{6}\pi\right)}\ \text{[A]}$$

$$\dot{I}_{ca}'=\frac{\dot{E}_{ca}}{3\dot{Z}}=\frac{100\,\varepsilon^{j\left(-\frac{4}{3}\pi\right)}}{60\,\varepsilon^{j\left(-\frac{11}{6}\pi\right)}}=1.67\,\varepsilon^{j\left(-\frac{3}{2}\pi\right)}\ \text{[A]}$$

で求まる。次に線電流は，大きさが相電流の $\sqrt{3}$ 倍で，位相が $\frac{\pi}{6}$ [rad] 遅れるから，各線電流は，

$$\dot{I}_{a}=\sqrt{3}\,\dot{I}_{ab}'\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}\right)}=2.89\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$\dot{I}_{b}=\sqrt{3}\,\dot{I}_{bc}'\,\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}\right)}=2.89\,\varepsilon^{j(-\pi)}$$

$$\dot{I}_c=\sqrt{3}\,\dot{I}_{ca}'\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{6}\right)}=2.89\,\varepsilon^{j\left(-\frac{5}{3}\pi\right)}$$

で求まる。これらの電圧と電流の関係をベクトル図で表したのが，図23である。

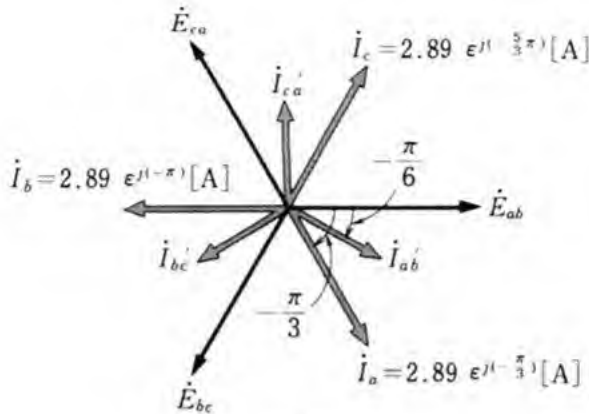



図 23

問 7. 相電圧が 100 [V] の Y 結線電源に $\dot{Z}=15+j\,15\sqrt{3}$ [Ω] の△結線負荷を接続したときの各線電流を求めよ。

5

5. 三　相　電　力

三相回路における電力は，三相電力とよばれる。ここでは，三相電力の計算法および測定法を学ぶ。

（1） 三相電力の表し方

10

三相電力は，各相電力の和で表される。各相電圧を V_p [V]，各相電流を I_p [A]，相電圧と相電流の位相差を θ とすれば，電力 $V_pI_p\cos\theta$ [W] の単相回路が三つあることと等価である。そこで，三相電力 P [W] は，次のように表される。

$$P=3\,V_pI_p\cos\theta \qquad (18)$$

（2） Y 結線負荷の三相電力

図24のようなY結線負荷においては，線間電圧 V_l [V]，線電流 I_l [A] と，相電圧 V_p [V]，相電流 I_p [A] との間には，次の関係がある。

$$V_l=\sqrt{3}\,V_p,\quad I_l=I_p \tag{19}$$

(19) を (18) に代入して，三相電力 P [W] を求めると，次の関係が得られる。

$$P=3\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}V_lI_l\cos\theta=\sqrt{3}\,V_lI_l\cos\theta \tag{20}$$

（3） △ 結線負荷の三相電力

図25のような△結線負荷においては，次の関係がなりたつ。

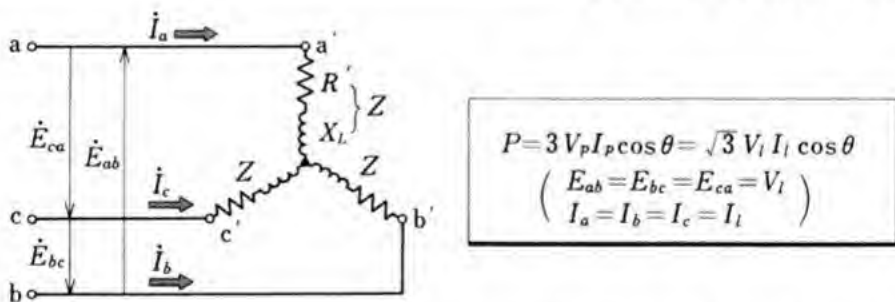
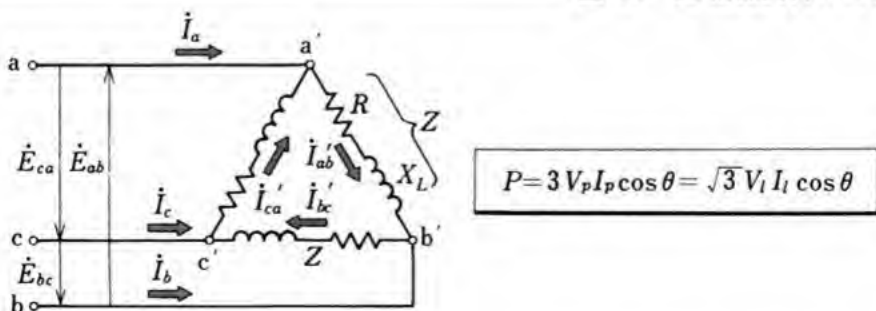
$$V_l=V_p,\qquad I_l=\sqrt{3}\,I_p \tag{21}$$

そこで，(21) を (18) に代入して，三相電力 P [W] を求めると，(22) が得られる。

図 24　Y 結線負荷の三相電力

$$P=3V_pI_p\cos\theta=\sqrt{3}\,V_lI_l\cos\theta$$
$$\left(\begin{array}{c}E_{ab}=E_{bc}=E_{ca}=V_l\\ I_a=I_b=I_c=I_l\end{array}\right)$$

図 25　△ 結線負荷の三相電力

$$P=3V_pI_p\cos\theta=\sqrt{3}\,V_lI_l\cos\theta$$

$$P = 3V_l \frac{1}{\sqrt{3}} I_l \cos\theta = \sqrt{3}\, V_l I_l \cos\theta \qquad (22)$$

(20) と (22) の結果から，三相電力は，負荷の結線法には関係なく，次のように表される。

三相電力$=\sqrt{3}\times$(**線間電圧**)$\times$(**線電流**)$\times$(**力率**)　(23)

問 8. 図24の回路において，抵抗 R が 3 [Ω]，誘導リアクタンス X_L が 4 [Ω] である。これを 200 [V] の三相電源に接続したとき，相電流 I_p，線電流 I_l および三相電力 P を求めよ。

問 9. 図25の回路において，R が 3 [Ω]，X_L が 4 [Ω] である。これを 200 [V] の三相電源に接続したときの I_p, I_l, P を求めよ。

問 10. Y 結線の負荷に線間電圧 3000 [V] の三相交流を加えると，線電流が 40 [A] 流れ，その力率が 0.8 であった。消費電力はいくらか。また，各相の抵抗およびリアクタンスは何オームか。

(4) 三相電力の測定

三相回路の電力は，1相の電力の3倍である。Y 結線の場合には，図26のようにして，1相の電力を電力計で測定し，この値を3倍すればよい。しかし，この方法は，中性点が取り出せない△結線の場合には使えない。

そこで，どちらの場合にも使える方法が考えられている。図27のように，電力計を2個使って，三相電力を測定する。図27の接続法は，二つの電力計の電流コイルには，それぞれ3線のうちの2線の負荷電流が流れるようにし，電圧コイルは残った1線を共通として，接続したものである。

負荷の力率が $\cos\theta$ である場合の電圧，電流のベクトル図が，図28である。$\dot{E}_{ac}$ と $\dot{I}_a$ の位相差は $\frac{\pi}{6}-\theta$, $\dot{E}_{bc}$ と $\dot{I}_b$ の位相差は $\frac{\pi}{6}+\theta$ であるから，電力計 W_1, W_2 の指示 P_1, P_2 [W] は，次のように表

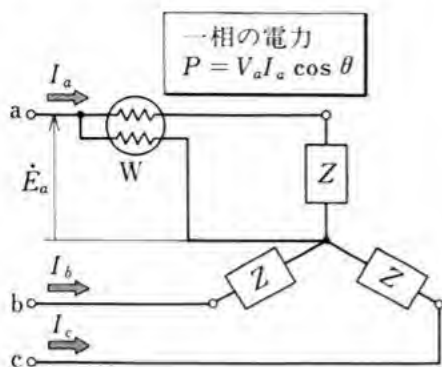



図 26 三相電力の測定（Y 結線）

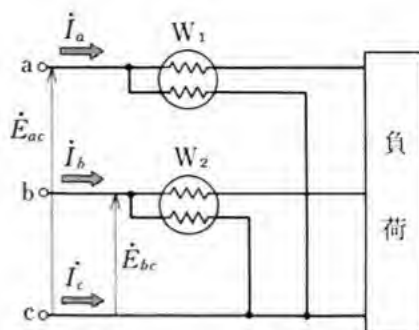



図 27 三相電力の測定

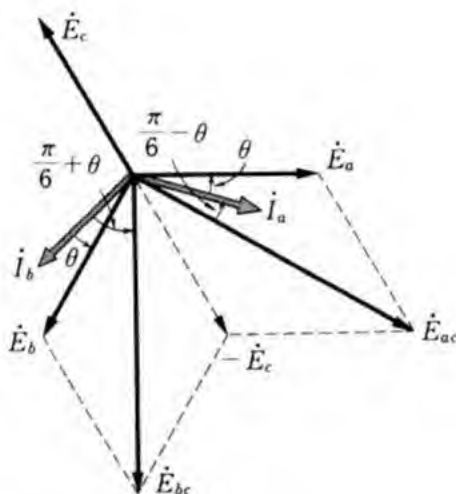



図 28 三相電力のベクトル図

される。

$$\left.\begin{aligned} P_1&=E_{ac}I_a\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)\\ P_2&=E_{bc}I_b\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta\right)\end{aligned}\right\} \quad (24)$$

三相回路では，$E_{ac}=E_{bc}=V_l$，$I_a=I_b=I_l$ であるから，(24) は，次のように表される。 5

$$P_1=V_lI_l\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right),\ P_2=V_lI_l\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta\right) \quad (25)$$

P_1 と P_2 の和 P を求めると，(26) が得られる。

$$P=P_1+P_2=V_lI_l\left\{\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)+\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta\right)\right\}^*$$

$$=\sqrt{3}\,V_lI_l\cos\theta \qquad (26)$$

すなわち，二つの単相電力計の指示の和 P_1+P_2 [W] は，三相電力を指示している。ここで，力率が 50 [%] 以下 $\left(\theta \text{ が } \frac{\pi}{3}\text{ [rad] 以上}\right)$ になると，$\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta\right)$ の値が負となるから，P_2 [W] は負となり，電力計 W_2 の指針は逆に振れる。そこで，この場合は，W_2 の電圧コイルの接続を逆にして，このときの電力を P_2' [W] とすれば，三相電力は P_1-P_2' [W] として求められる。

なお，**三相電力計** (three-phase wattmeter) は，二つの単相電力計が一体になっており，その和を指示するので，直接，三相電力が読み取れる。

問 11. 図 29 の三相回路によって運転される三相誘導電動機 M がある。この回路の電力を二つの電力計で測定したら，各計器の指示は，次のとおりであった。

W_1 の指示＝6 [kW]，W_2 の指示＝2.5 [kW]，V の指示＝200 [V]，A の指示＝30 [A]

この場合の消費電力と力率を求めよ。

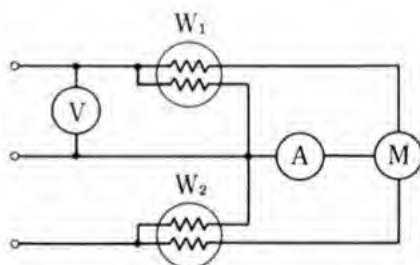



図 29

---

* $\cos\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)+\cos\left(\frac{\pi}{6}+\theta\right)$

$=\cos\frac{\pi}{6}\cos\theta+\sin\frac{\pi}{6}\sin\theta+\cos\frac{\pi}{6}\cos\theta-\sin\frac{\pi}{6}\sin\theta$

$=2\cos\frac{\pi}{6}\cos\theta=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta=\sqrt{3}\cos\theta$

6. 回　転　磁　界

誘導電動機は，三相交流または二相交流によって回転磁界を作り，それによって回転している。回転磁界は誘導電動機の重要な原理である。ここでは，三相交流によって，どのように回転磁界ができるかを学ぶ*。

(1) 三相交流による回転磁界

図30(a)のように，巻数の等しいまったく同じ三つのコイルを互いに $\frac{2}{3}\pi$ [rad] ずつずらして配置し，これに，次に示すような三相交流を流す。

$$\left.\begin{aligned} i_a &= I_m \sin \omega t \\ i_b &= I_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \\ i_c &= I_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

そうすると，各コイル A, B, C には，アンペールの周回路の法則で示されるように，各コイルを流れる交流電流に比例して，次に示す h_a, h_b, h_c の磁界ができる。

$$\left.\begin{aligned} h_a &= kI_m \sin \omega t = H_m \sin \omega t \\ h_b &= kI_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) = H_m \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \\ h_c &= kI_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) = H_m \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right) \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

図30(b)は，(27)で示される三相交流の波形であり，図の①，②，……，⑥の各時刻の磁界の大きさと方向を調べて，図(c)に示す。この図から，三相交流による各コイルの合成磁界 h の大きさ

* 二相交流による回転磁界については，付録を参照。

図 30　三相交流による回転磁界

は，つねに $\frac{3}{2}H_m$ で一定であるが，その向きは，時間とともに相順と同じ向きに回転し，①～⑦で1回転する。したがって，各コイルに，周波数 f [Hz] の三相交流が流れると，合成磁界は1秒間に f 回転する。

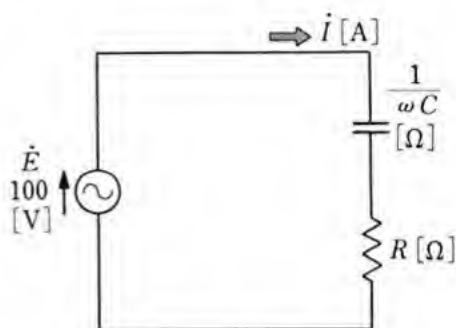
このように，時間とともに回転する磁界を **回転磁界**（revolving magnetic field）といい，科目「電気技術Ⅰ」で学ぶ電動機では重要な役割を果たしている。

問　　題

1. Y結線の負荷回路で，線間電圧 V_l と相電圧 V_p，線電流 I_l と相電流 I_p の関係を示せ。
2. △結線の負荷回路で，線間電圧 V_l と相電圧 V_p，線電流 I_l と相電流 I_p の関係を示せ。
3. 線間電圧 100 [V] の対称三相電源に，$\dot{Z}=16+j\,12$ [Ω] のインピーダンスをY結線したとき，流れる線電流の大きさを求め，そのベクトル図をかけ。
4. 線間電圧 100 [V] の対称三相電源に，$\dot{Z}=16+j\,12$ [Ω] のインピーダンスを三角結線したとき，流れる線電流の大きさを求め，そのベクトル図をかけ。
5. 三相負荷に線間電圧 200 [V] を加えたとき，線電流は 50 [A] で，消費電力は 14 [kW] であった。この負荷の力率，無効率および無効電力はそれぞれいくらか。
6. 三相発電機がある。線間電圧 3300 [V]，線電流 1000 [A]，負荷の力率が 80 [%] であるという。この発電機の出力（有効電力）を求めよ。

章末問題

1. 図1において，$R=20$ [Ω]，$\dfrac{1}{\omega C}=30$ [Ω] で，$\dot{E}=100$ [V] を加えるとき，回路に流れる電流 $\dot{I}$ [A] を求めよ。また，指数形の極形式で，電流 $\dot{I}$ [A] と，インピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] を表せ。

図 1

2. 抵抗 R が 300 [Ω]，誘導リアクタンス ωL が 300 [Ω] の直列回路に，100 [V] の電圧が加わっている。インピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] と電流 $\dot{I}$ [A] を指数形の極形式で表せ。

3. 図2の回路において，$\dot{E}$ [V] と $\dot{I}$ [A] が同相になる周波数を求めよ。

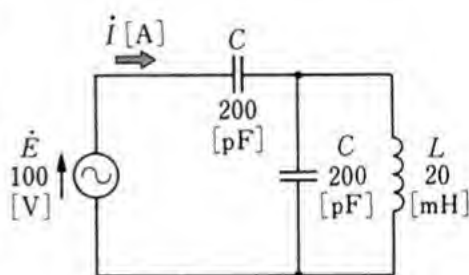



図 2

4. 図3のアドミタンス $\dot{Y}_1$, $\dot{Y}_2$ [S] を求め，電流 $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}$ [A] を求めよ。

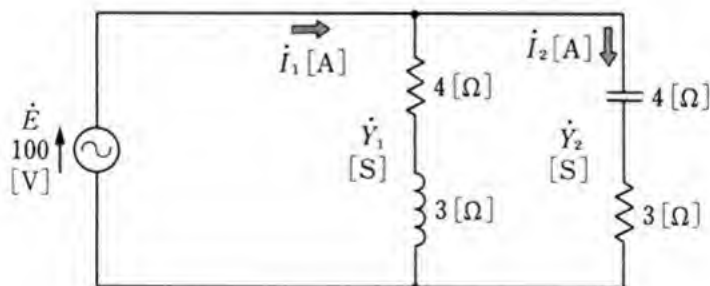



図 3

5. 図4に示す回路の端子1，2におけるインピーダンス $\dot{Z}$ [Ω] および，$\dot{E}=100$[V] の電圧を加えたときの電流 $\dot{I}$ [A] を求めよ。

6. 図5の交流ブリッジの平衡条件を求めよ。

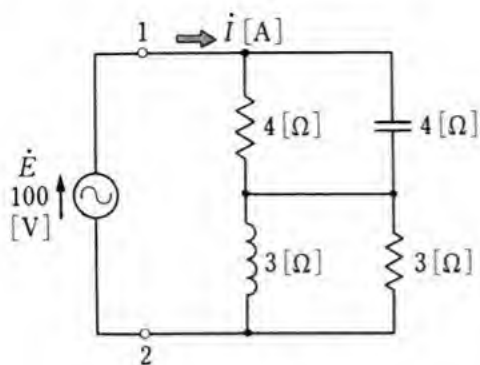
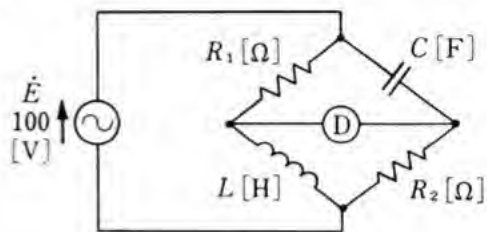
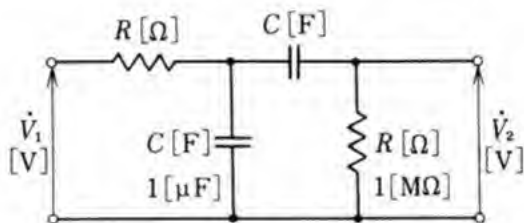



図 4　　　　　　図 5

7．図6において，$\dot{V}_1$ [V] と $\dot{V}_2$ [V] とが同相であるという。電源の周波数はいくらか。また，$\dot{V}_1$ [V] と $\dot{V}_2$ [V] の電圧比はいくらか。

図 6

第6章

電気計測

電気的な諸量の大部分は，直接目で見たり，耳で聞いたりして計測することはできない。

この章では，まず，電気的な諸量を測定する場合に必要な単位や標準器，および，測定値の扱いについて調べ，次に，電気計器や波形観測装置の代表的な例について，その動作原理・構成・測定法などを学ぶ。

オシロスコープ

1. 測定値の取り扱い

(1) 測定と標準器

ある長さを**測定** (measurement) するということは, 例えば長さの標準となる1 [m] を決め, これを単位として, その何倍であるかという数値を求めることである。このことは, 長さ以外の量についても同様である。これらの量の大きさを測る標準となる単位は, 我が国では, 国際的な取り決めに基づいて, 計量法や日本工業規格 (JIS) に示されている。

量や単位の種類はたいへん多いが, 互いに関連するものがある。そのため, 長さ・質量・時間・電流などの量を基本量とし, それぞれの単位 [m], [kg], [s], [A] などを基本単位と定め*, それ以外の量の単位は, いくつかの基本単位から組み立てられている。例えば, (電流)×(時間) である電気量の単位は, 1 [C]=1 [A]×1 [s] =1 [A·s] で定義される。

電気に関するいろいろな量を測定する電気計測では, いろいろな**標準器** (standard) を作り, これと比べることによって, 正確な計測をしている。標準器には, 抵抗の標準となる**標準抵抗器** (standard resistance) (図1), 電圧の標準となる**標準電池**(standard cell) (図2), インダクタン

図1 標準抵抗器

* 基本単位には, この4個のほかに, 熱力学温度のケルビン [K], 物質量のモル [mol], 光度のカンデラ [cd] が決められている。

スの標準となる**標準インダクタンス** (standard inductance), 静電容量の標準となる **標準コンデンサ**(standard condenser) などがある。

②が①の内部に入っている。

図2 標 準 電 池

(2) 測定法の分類

直接測定と間接測定 電流計で電流を測定する場合のように, 同種類の単位量と直接に比較して測定する方法を**直接測定** (direct measurement) という。これに対して, 抵抗を流れる電流と, その両端の電圧を測定して, 抵抗を求める場合のように, いくつかの直接測定の結果から, 間接的に求める測定を **間接測定** (indirect measurement) という。

偏位法と零位法 電流計や電圧計で電流や電圧を測定する場合のように, 指針の振れ, すなわち偏位によって測定する方法を**偏位法** (deflection method) という。これに対して, 電位差計のように, 未知の電圧と標準電池の電圧とをつりあわせて, 検流計の振れを0にして測定する方法を**零位法** (zero method) という。

偏位法は, 測定方法が零位法に比べて簡単であるが, 測定器に電流を流すので, 測定器の内部抵抗による誤差を生じる。零位法は, 測定器に電流を流さないか, 流してもわずかであるので, 測定器の内部抵抗による誤差は小さい。したがって, 零位法は, 偏位法より精度がよい。

(3) 測定値の取り扱い

まちがい 測定者が気づかずにおかしたまちがい, またはその

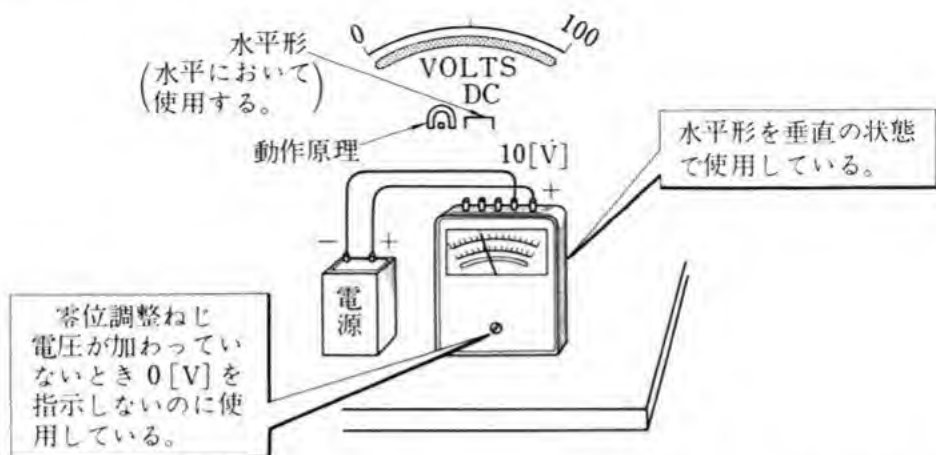



図3　計器の誤った取り扱いの例

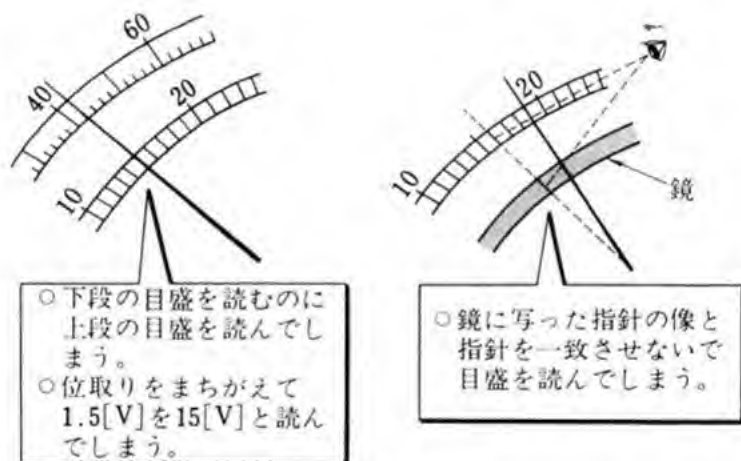



図4　読み違いの例

結果求められた測定値は，**まちがい** (mistake) とよばれる。測定器の使い方，目盛の読み取り方などについて，平素から，その正しい方法を身につけることが大切である。

図3，図4は，計器の取り扱いについて，十分な知識がなかったり，不注意によって生じるおそれが多いまちがいの例である。図3は，電気計器を正しく取り扱っていない例であり，図4は，正しい読み取り方をしていない例である。

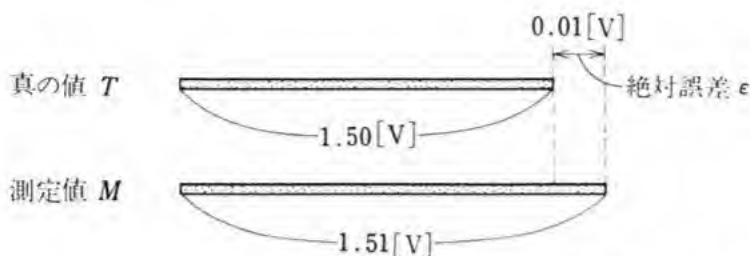



図 5　真の値と測定値

問 1. 電気計器には，水平において使うものと，垂直において使うものとがある。どこで見分けるか。

問 2. 電気計器の目盛は，目はどの位置に置いて読み取ればよいか。

誤　差　例えば，電圧計を正しく取り扱い，注意深く読み取って，1.51 [V] を得たとする。この場合，電圧計が正しい値を示さなければ，正しい値は読み取れない。ここで，測定量の正しい値を**真の値**(true value)，測定によって求めた値を**測定値**(measured value)といい，測定値から真の値を引いた値の絶対値を**絶対誤差**(absolute error)という。測定値を M，真の値を T とすると，絶対誤差 ε は，次のように表される。

$$\varepsilon=|M-T| \qquad (1)$$

絶対誤差がわかっていなくても，誤差の範囲は見積もられることが多い。

$$-\Delta x \leqq M-T \leqq \Delta x \quad \text{すなわち} \quad \varepsilon \leqq \Delta x \qquad (2)$$

がなりたつとき，正の数 Δx を，絶対誤差の限界という。

(2) を変形して

$$M-\Delta x \leqq T \leqq M+\Delta x \qquad (3)$$

が得られる。ある値 T が(3)の範囲にあることを

$$T=M\pm\Delta x$$

と表すことがある。

絶対誤差を真の値の絶対値で割った値を**相対誤差**（relative error），絶対誤差の限界を真の値の絶対値で割った値を相対誤差の限界といい，それぞれ，$\frac{\varepsilon}{|T|}$，$\frac{\Delta x}{|T|}$で表される。しかし，ふつう，真の値はわからないので，真の値の絶対値で割る代わりに測定値の絶対値で割って，相対誤差やその限界を求める。すなわち，

$$\frac{\varepsilon}{|T|} \fallingdotseq \frac{\varepsilon}{|M|}$$

$$\frac{\Delta x}{|T|} \fallingdotseq \frac{\Delta x}{|M|}$$

図5で，$M=1.51$［V］，$T=1.50$［V］であれば，絶対誤差εは，$|1.51-1.50|=0.01$［V］であり，相対誤差$\frac{\varepsilon}{|T|}$は，$\frac{0.01}{1.50} \fallingdotseq 0.0067$である。

系統誤差と偶然誤差　例えば，ホイートストンブリッジを使って，一つの抵抗器の抵抗値を測定すると，毎回，わずかながら違った値が得られることが多い。このように，測定値の大きさがふぞろいであること，またはその程度を**ばらつき**という。また，各測定値の平均から真の値を引いた値を**かたより**という。

発生原因がわかっている誤差を**系統誤差**（systematic error）という。系統誤差には，測定方式によってさけられない理論誤差，測定器のもっている固有誤差，測定者のくせなどによって生じる個人誤差などがある。理論誤差や固有誤差は，測定値に誤差を取り除くためのある値を加えて，補正することができる。

系統誤差を補正しても，測定値は少しずつ異なった値をとるのが普通である。これは，原因のわからない非常に多くの種類の誤差が集積されたもので，これを**偶然誤差**（accidental error）という。偶然誤差は，偶然に発生するので，完全には取り除くことはできない。

測定器・計器の許容差　いろいろな計器類は，詳しく考えると，

その表示する値，すなわち測定値と，真の値との間には違いがある。そのため，相対誤差などを考慮して取り扱う必要がある。

表1 指示電気計器の許容差による分類

許容差	用　　途
0.2 級	精密実験計器試験の標準用（副標準器）
0.5 級	精密測定用・一般携帯用計器
1.0 級	小形携帯用・大形配電盤用
1.5 級	工業用
2.5 級	一般配電盤用

電圧計・電流計などでは，表1のように，0.2級，0.5級，1.0級，1.5級，2.5級などとよばれるものがある。これらは，計器の許容できる相対誤差の限度を示したもので**許容差**（tolerance）という。

許容差が0.5級の計器では，誤差が，全目盛において，最大目盛（full scale）の±0.5［%］の範囲内にあると決められている。例えば，最大目盛が100［V］の計器では，絶対誤差は0.5［V］である。この計器で，10［V］の電圧を測定するときの相対誤差は，$\frac{0.5}{10}$ すなわち0.05である。

有効数字　1目盛が1［V］間隔の電圧計で，ある電圧が，75.4［V］と読み取れたとする。この測定値の最後のけたの数字は，目分量で読み取ったので誤差を含んでいる。すなわち，数字754の末位けた4は，それより1けた下位の値を丸めた* 値で誤差を含むが，上位けたの7と5は正確である。このように，最下位けたの数値は丸めたもので誤差を含み，それより上位けたの数値は信頼できる数字を**有効数字**（significant figure）という。

ふつう，例えば，有効数字3けたの場合には，4けた以下の端数は四捨五入する。したがって，四捨五入して得られた96.4という

* ある値の近似値を求めるのに，あるけたの一つ下位のけたを切り捨て，切り上げ，または四捨五入することを，そのけたまでに丸めるという。

数値は，96.35以上で96.45未満である。したがって，有効数字3けたの96.4と，有効数字4けたの96.40とは，数値のもつ意味が違う。96.40という数値は，96.395以上で96.405未満である。

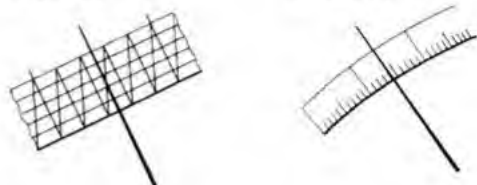
問 3. 0.01250と1.25×10^{-2}は同じか。

問 4. 直流電位差計では，有効数字何けたまで読み取ることができるか。

問 5. 図6の各目盛では，有効数字何けたまで読み取ることができるか。

図 6　指示電気計器の目盛板

(a) 0.2級

(b) 0.5級

誤差の伝わり方　測定値のように，誤差のある数値を使って四則演算すると，その結果の数値にも誤差が伝わる。

以下，真の値をT_i，その測定値，絶対誤差の限界を，それぞれ，M_i, Δx_iとし，$i=1, 2$とする。このとき，

$$M_1-\Delta x_1\leqq T_1\leqq M_1+\Delta x_1 \qquad (4)$$

$$M_2-\Delta x_2\leqq T_2\leqq M_2+\Delta x_2 \qquad (5)$$

がなりたっている。

いま，測定値M_1, M_2の四則演算から得られた結果をMとする。そして，以下では，M_1, M_2の誤差がいかにMに伝わるかを考え，Mの誤差の処理方法を示す。

（i） 和と差の場合

（4），（5）より，それぞれ，

$$(M_1+M_2)-(\Delta x_1+\Delta x_2)\leqq T_1+T_2\leqq(M_1+M_2)+(\Delta x_1+\Delta x_2)$$

$$(M_1-M_2)-(\Delta x_1+\Delta x_2)\leqq T_1-T_2\leqq(M_1-M_2)+(\Delta x_1+\Delta x_2)$$

がなりたつ。したがって，二つの測定値の和・差の絶対誤差の限界は，それぞれの測定値の絶対誤差の限界の和で与えられる。

例題 1. 次の測定値の和の近似値を求めよ。

6.3　　　9.35　　　8.967

解答 絶対誤差の限界は，それぞれ 0.05，0.005，0.0005 であるから，和の絶対誤差の限界 Δx を求めると，

$$\Delta x = 0.05 + 0.005 + 0.0005 = 0.0555$$

測定値の和 M を求めると，

$$\begin{aligned} M &= 6.3 + 9.35 + 8.967 \\ &= 24.617 \end{aligned}$$

和の近似値は，24.617 ± 0.0555 となり，小数第2位以下は意味のないものであるから，小数第2位以下の数値を四捨五入して，24.6 とする。

一般に，誤差を含む測定値の和，差の近似値は，絶対誤差の限界の最も大きい測定値を調べ，その末位より1けた下位まで計算して，最後のけたを四捨五入して求める。図7は，そのようにして，近似値を求めた例である。

(ii) 積と商の場合

(4)，(5) において，各辺は，みな正として，辺々掛け合わせれば，

図 7 和と差の近似値の求め方

```
   6 . 3□ ←― 不確かである。        1 2 . 6□
   9 . 3 5                     −    4 . 1 3
+  8 . 9 7                     ────────────
──────────                          8 . 4 7
  2 4 . 6 2

近似値 24.6                     近似値 8.5
```

$$(M_1-\Delta x_1)(M_2-\Delta x_2)\leqq T_1T_2\leqq(M_1+\Delta x_1)(M_2+\Delta x_2)$$

$$M_1M_2-\Delta x_1M_2-\Delta x_2M_1+\Delta x_1\Delta x_2\leqq T_1T_2\leqq$$
$$M_1M_2+\Delta x_1M_2+\Delta x_2M_1+\Delta x_1\Delta x_2$$

ここで，$\Delta x_1\Delta x_2$ は，Δx_1M_2, Δx_2M_1 に比べて，きわめて小さいから，無視すると，

$$M_1M_2-(\Delta x_1M_2+\Delta x_2M_1)\leqq T_1T_2\leqq$$
$$M_1M_2+(\Delta x_1M_2+\Delta x_2M_1)$$

となり，積の場合の絶対誤差の限界は，$\Delta x_1M_2+\Delta x_2M_1$ となる。また，相対誤差の限界は，

$$\frac{\Delta x_1M_2+\Delta x_2M_1}{M_1M_2}=\frac{\Delta x_1}{M_1}+\frac{\Delta x_2}{M_2}$$

となり，各々の測定値の相対誤差の限界の和で与えられる。

次に，商の場合は，(4)，(5) において，各辺は，みな正とすれば，

$$\frac{M_1-\Delta x_1}{M_2+\Delta x_2}\leqq\frac{T_1}{T_2}\leqq\frac{M_1+\Delta x_1}{M_2-\Delta x_2}$$

がなりたつ。したがって，

$$\frac{M_1\left(1-\frac{\Delta x_1}{M_1}\right)}{M_2\left(1+\frac{\Delta x_2}{M_2}\right)}\leqq\frac{T_1}{T_2}\leqq\frac{M_1\left(1+\frac{\Delta x_1}{M_1}\right)}{M_2\left(1-\frac{\Delta x_2}{M_2}\right)}$$

$1\gg\frac{\Delta x_2}{M_2}$ であるから，

$$\frac{M_1}{M_2}\left(1-\frac{\Delta x_1}{M_1}\right)\left(1-\frac{\Delta x_2}{M_2}\right)\leqq\frac{T_1}{T_2}\leqq\frac{M_1}{M_2}\left(1+\frac{\Delta x_1}{M_1}\right)\left(1+\frac{\Delta x_2}{M_2}\right)$$

$$\frac{M_1}{M_2}\left(1-\frac{\Delta x_1}{M_1}-\frac{\Delta x_2}{M_2}+\frac{\Delta x_1\Delta x_2}{M_1M_2}\right)\leqq\frac{T_1}{T_2}\leqq$$
$$\frac{M_1}{M_2}\left(1+\frac{\Delta x_1}{M_1}+\frac{\Delta x_2}{M_2}+\frac{\Delta x_1\Delta x_2}{M_1M_2}\right)$$

$1 \gg \dfrac{\Delta x_1 \Delta x_2}{M_1 M_2}$ であるから，

$$\frac{M_1}{M_2} - \frac{M_1}{M_2}\left(\frac{\Delta x_1}{M_1} + \frac{\Delta x_2}{M_2}\right) \leqq \frac{T_1}{T_2} \leqq \frac{M_1}{M_2} + \frac{M_1}{M_2}\left(\frac{\Delta x_1}{M_1} + \frac{\Delta x_2}{M_2}\right)$$

となり，商の場合の絶対誤差の限界は，$\dfrac{M_1}{M_2}\left(\dfrac{\Delta x_1}{M_1} + \dfrac{\Delta x_2}{M_2}\right)$ となる。

また，相対誤差の限界は，積の場合と同じで，各々の測定値の相対誤差の限界の和で与えられる。

例題 2．次の測定値の積の近似値を求めよ。

6.3　　8.867

解答 絶対誤差の限界は，それぞれ，0.05，0.0005 であるから，積の絶対誤差の限界 Δx を求めると，

$$\begin{aligned}\Delta x &= \Delta x_1 M_2 + \Delta x_2 M_1 \\ &= 0.05 \times 8.867 + 0.0005 \times 6.3 \\ &= 0.4465\end{aligned}$$

測定値の積 M を求めると，

$$\begin{aligned}M &= 6.3 \times 8.867 \\ &= 55.8621\end{aligned}$$

積の近似値は，55.8621±0.45 となり，小数第1位以下は意味のないものであるから，小数第1位の数値を四捨五入して，56 とする。

一般に，誤差を含む測定値の積，商の近似値は，有効数字のけた数の最も少ない測定値を調べ，それより，けた数が1けた余分になるように計算し最後のけたを四捨五入して求める。図8は，そのようにして，近似値を求めた例である。

```
        6.3
×   8.867
──────────
      441
    3 78
   50 4
  504
──────────
  55.7
```

近似値　56

```
          1.409
6.3 ) 8.88
      6.3
      ─────
      2 58
      2 52
      ─────
        600
        567
      ─────
         33
```

近似値　1.4

図 8　積と商の近似値の求め方

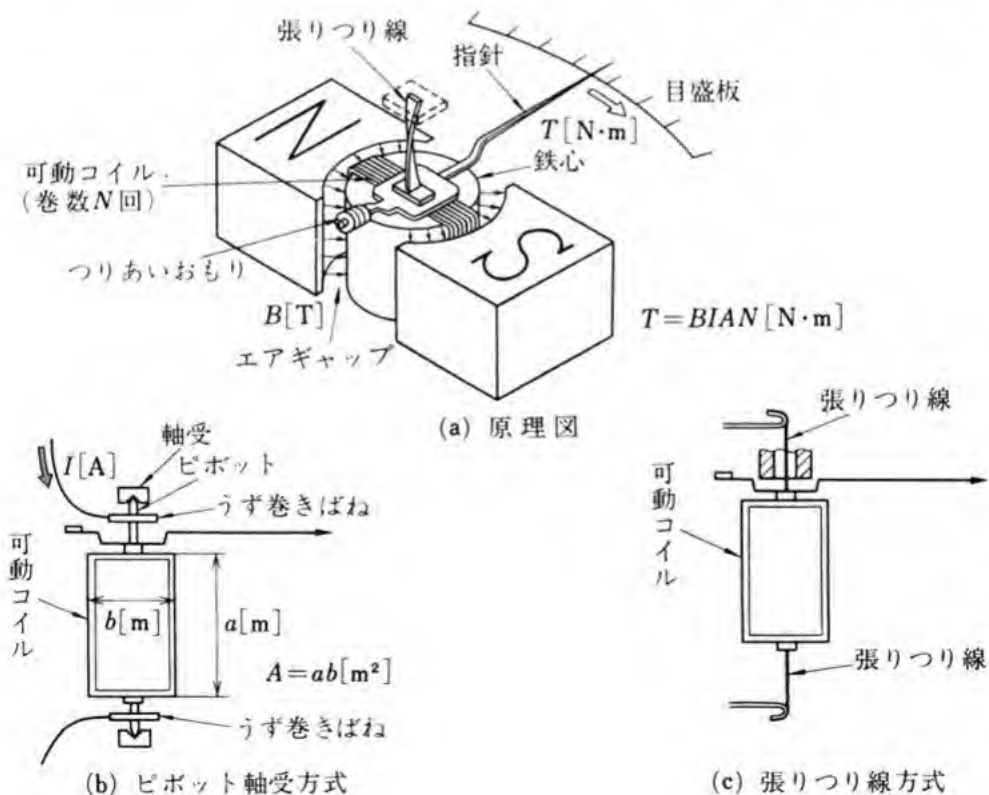
2. 直流の電圧計と電流計

電圧や電流を測定する電圧計・電流計にはいろいろなものがあるが，ここでは，指示計器として，最も広く使われている可動コイル形計器を中心に，原理・構造，および電圧計・電流計の内部抵抗や接続法などについて学ぶ。

(1) 可動コイル形計器

図9は，可動コイル形計器の原理図である。図(a)のように，磁極を円柱状のコイルを収容できるように作る。その中央に鉄心を入れると，エアギャップの部分に，強力な放射状の平等磁界を作ることができる。

エアギャップの部分では，指針をつけた可動コイルが自由に回転

図 9　可動コイル形計器の原理

できるようにしてある。可動コイルに電流を流すと，電流 I [A] に比例するトルク T すなわち $BIAN$[N·m] が可動コイルに生じる。しかし，このままでは電流計にはならない。

そこで，図(b)，(c)のように，うず巻きばねか，張りつり線を使ってコイルを支え，コイルにトルクが働いた場合，その力に比例するところでコイルが止まるようにする。このことによって，指針は，電流 I [A] に比例した位置に止まる。この原理で作られた計器を**可動コイル形計器** (moving-coil type meter) という。

図(b)の方式を**ピボット軸受方式** (pivoted bearing type)，図(c)の方式を**張りつり線方式** (taut-band suspension type) という。張りつり線方式には摩擦部分がないので，この方式を使うと，正確な計器や感度の高い計器を作ることができ，しかも，衝撃や振動による誤差も小さい。

なお，磁界中の可動コイルのように，トルクを生じる装置を**駆動装置** (driving device) といい，うず巻きばねのように，トルクを制御する装置を**制御装置** (controlling device) という。このほか，指針が振動しないで，滑らかに，速く，正しい指示をするように，制動作用を与えるものが必要である。これが**制動装置** (damping device) である。制動装置には，空気制動・うず電流制動などがある。可動コイル形計器では，コイルの巻きわくをアルミニウムで作り，巻きわくを流れる誘導電流が制動作用をする。駆動装置・制御装置・制動装置を**電気計器の三要素**という。

また，可動コイルをきわめて細い金属つり線でつるし，微小な電流でも感知できるように，感度を上げた計器を**検流計**(galvanometer) という。

問 6．図9において，$B=0.4$ [T]，$a=2$ [cm]，$b=2$ [cm]，$N=100$回

のとき，コイルに 20 [mA] の電流が流れた。トルクはいくらか。

問 7. 図 9 (b) において，うず巻きばねの働きを説明せよ。

問 8. 可動コイル形計器の目盛は等間隔目盛となる。なぜか。

（2） 電圧計と電流計の内部抵抗

電圧計も電流計もある抵抗をもっている。その抵抗を計器の**内部抵抗** (internal resistance) という。

電圧計の内部抵抗　電圧計の内部抵抗は，一般に大きく，図 10 (a) の電圧計では，1 000 [Ω/V] である。この意味は，例えば，＋端子と 10 [V] 端子を使うときの内部抵抗は，1 000 [Ω/V]×10 [V] ＝10 [kΩ] であるということである。

抵抗の両端の電圧を測定する場合には，図 10 (a) のように，この抵抗 R_2 と並列に電圧計を接続する。この場合，電圧計の内部抵抗は，抵抗 R_2 に比べてきわめて大きいので，測定誤差は小さい。

なお，太線でかいた電気回路に，電圧計を図 (a) のように接続した場合を，図 (b) に図記号で示す。また，この回路の状態をわかりやすくした等価回路を，図 (c) に示す。

問 9. 図 10 (a) について，電圧計の＋端子と 100 [V] 端子を使うときの内部抵抗はいくらか。また，電圧計の＋端子と 300 [V] 端子を使うと

図 10　電圧計とその測定回路

(a) 電圧計の接続のしかた　(b) 回路図　(c) 等価回路

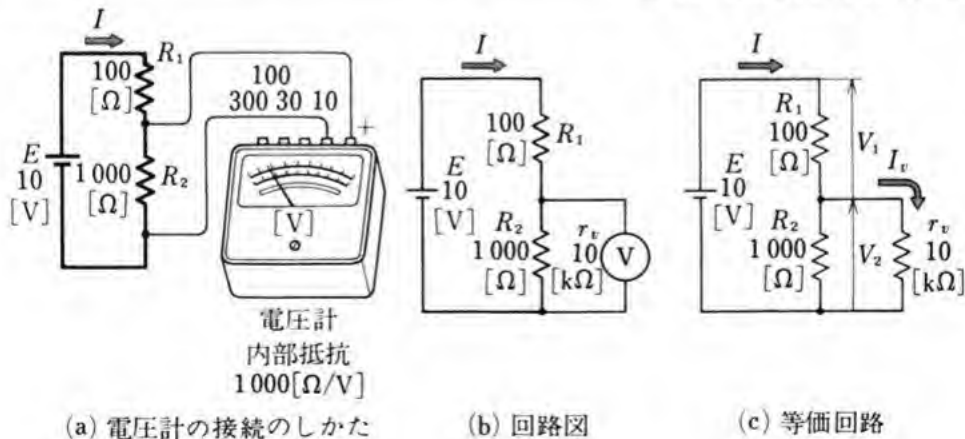
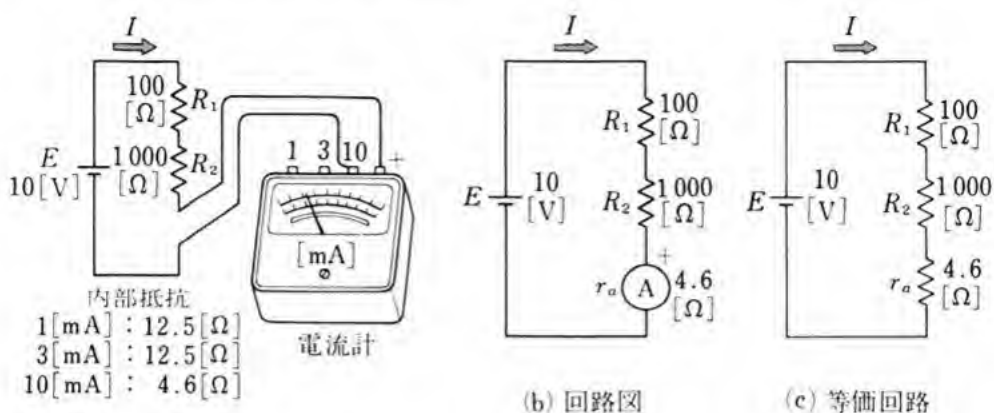



図 11 電流計とその測定回路

きの内部抵抗はいくらか。

問 10. 図10(a)の回路で，電圧計の内部抵抗 r_v が抵抗 R_2 に比べてきわめて大きいとすれば，電圧 V_2（電圧計の指示）は何ボルトになるか。また，電流 I はいくらか。図(c)の場合，r_v=10 [kΩ] である。電流 I，電圧 V_2 および，電圧計に流れ込む電流 I_v はいくらか。

電流計の内部抵抗　電流計の内部抵抗は，電圧計の内部抵抗と比べるときわめて小さい。図11(a)の電流計では，＋端子と10 [mA] 端子を使うときの内部抵抗は4.6 [Ω] である。したがって，電流計の端子間に，4.6 [Ω]×10 [mA]=46 [mV] の電圧が加わると，電流計の指針は，最大目盛である10 [mA] まで振れる。

電流計は，図(a)のように，電流を測定する抵抗と電源に直列に接続する。電流計の内部抵抗は小さいので，電流計には電源の起電力 E [V]と抵抗 R_1，R_2 [Ω] の大きさによって決まる電流が流れる。

問 11. 電流計を図10の電圧計のように接続するとどうなるか。

問 12. 図11(b)，(c)の回路において，電流 I および電流計の端子間の電圧はそれぞれいくらか。

(3) 電圧計・電流計による抵抗の測定回路

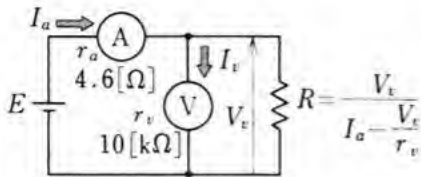
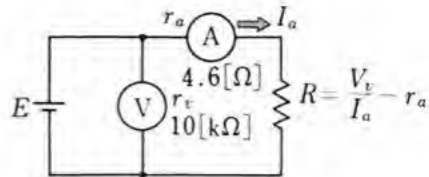
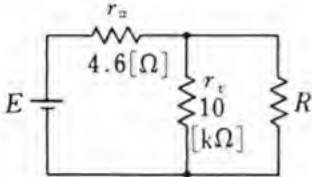
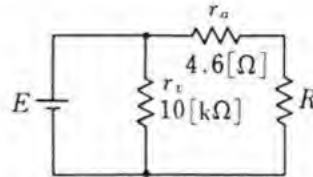
抵抗 R [Ω] を測定する場合，電圧計と電流計の接続のしかたに

(a) 回路図（$r_v \gg R$ の場合）

(b) 回路図（$r_a \ll R$ の場合）

(a)' 等価回路

(b)' 等価回路

図 12　電圧計・電流計による抵抗の測定回路

は，図 12 (a)，(b) のように，２通りの方法がある。

図 12 において，電圧計の指示を V_v，電流計の指示を I_a とすると，図 (a) の回路では，R は，次の関係から求められる。

$$R=\frac{V_v}{I_a-I_v}=\frac{V_v}{I_a-\frac{V_v}{r_v}} \tag{6}$$

また，図 (b) の回路では，R は，次の関係から求められる。

$$R=\frac{V_v-r_aI_a}{I_a}=\frac{V_v}{I_a}-r_a \tag{7}$$

そこで，抵抗 R が電圧計の内部抵抗 r_v より非常に小さな場合には，図 (a) の回路で測定し，抵抗 R が電流計の内部抵抗 r_a より非常に大きな場合には，図 (b) の回路で測定すれば，$R \fallingdotseq \frac{V_v}{I_a}$ として，R を求めることができる。

問 13.　図 12 (a)，(a)′ で，$V_v=10$ [V]，$I_a=8$ [mA] である。R を求めよ。

問 14.　図 12 (b)，(b)′ で，$V_v=10$ [V]，$I_a=8$ [mA] である。R を求めよ。

問 15.　0.1 [MΩ] 程度の抵抗測定には，図 12 (a)，(b) のどちらの回路を使えばよいか。

3. 電力計と電力量計

電力を測定する電力計には，電流力計形計器とよばれるものがよく使われている。また，各家庭に取り付けられており，使用した電力量，すなわち有効電力量を測定する電力量計には，誘導形計器とよばれるものが普及している。

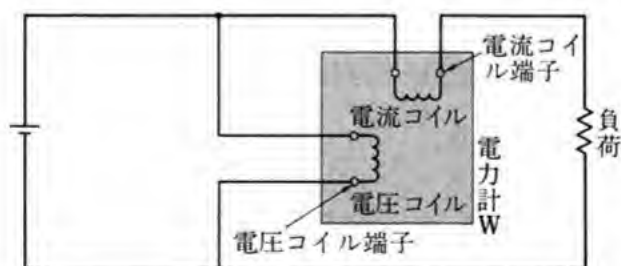
(1) 電力計

図13に示すように，電力計には，電圧コイル端子・電流コイル端子とよばれる端子があり，図のように接続する。すなわち，電圧コイルには，負荷の両端の電圧が加わり，電流コイルには，負荷電流が流れるように接続する。

図14は，電力計回路の原理図である。電流コイルには負荷電流が流れ，電圧コイルには，負荷電圧に比例する電流が流れる。

電圧コイルには，ばねと指針がついている。電圧コイルは，電流コイルによって生じる磁界からトルクを受けて回転し，指針が電力の値を示すようになっている。

指針の回転角θはトルクに比例し，トルクは磁界の強さと電圧コイルの電流に比例する。また，磁界の強さは電流コイルの電流に比

図13 電力の測定*

* 電流コイルの抵抗値は小さいので，電圧コイルに加わる電圧と負荷に加わる電圧は，ほぼ等しい。

例する。したがって，指針の回転角は，負荷電流と負荷電圧の積に比例していることがわかる。

問 16. 図14について，次の問いに答えよ。

(1) 指針の振れの角と，負荷の消費電力との間にはどんな関係があるか。

(2) 端子1，2を入れ換えると，トルクはどうなるか。

(3) コイルAとコイルBを並列になるように接続すると，回路はどのように変えなければならないか。

(4) (3)の場合，トルクはどうなるか。

(5) (3)の場合，流せる電流の大きさは，もとの電流の何倍になるか。

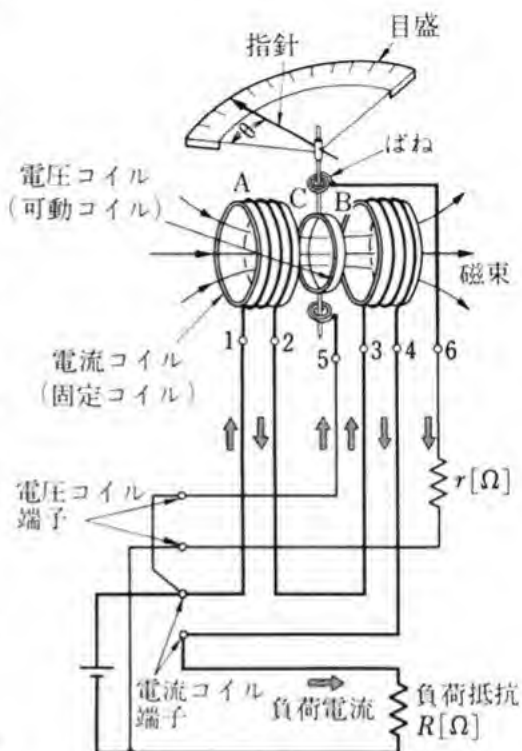



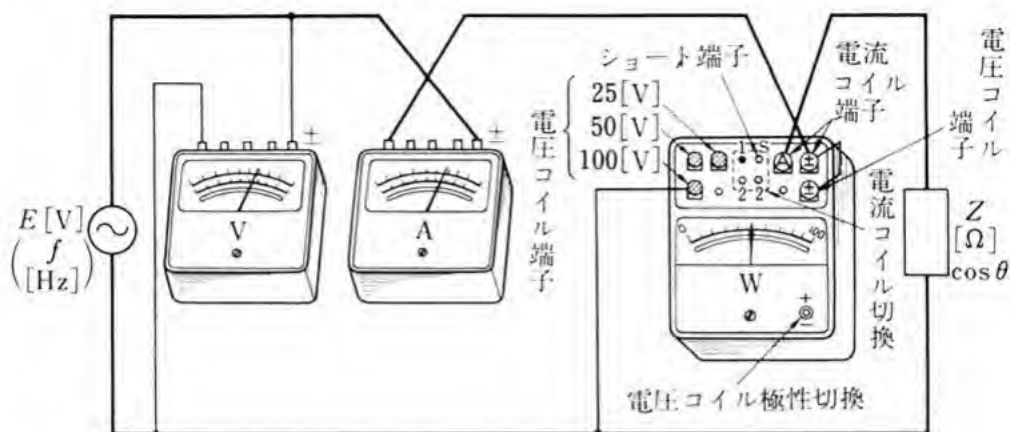
図 14　電力計回路の原理図

(6) このような計器を**電流力計形計器**（electrodynamometer type meter）という。この計器を可動コイル形計器と比べると，固定コイルは何に相当するか。

(7) 可動コイル形計器と電流力計形計器では，どちらが地球の磁界の影響を受けやすいか。

問 17. 図15は，交流の電圧・電流・電力の測定回路の例である。次の問いに答えよ。

(1) 実際の電力計には計器定数とよばれるものがある。指示値に計器定数を掛けると，測定電力が得られる。計器定数について調べよ。

(2) 図15において，回路に加わる電圧 V が100 [V]，回路に流れる

計器定数の表

電流レンジ＼電圧レンジ	倍率			プラグの位置	
	25 [V]	50 [V]	100[V]	S	短絡
1 [A]	0.05	0.1	0.2	1	直列
2 [A]	0.1	0.2	0.4	2,2	並列

図 15　電力計の使い方

電流 I が 0.5 [A]，電力計の指示が 200 [W]，計器定数が 0.2 である。このときの消費電力および負荷の力率を求めよ。

(2)　電　力　量　計

交流用として誘導形計器が広く使われている。図 16 に示す電力量計は，誘導形計器の例である。アルミニウムの回転板の回転数が電力量に比例することを利用して，歯車計量装置で電力量が直読できるようになっている。

問 18.　図 16 について，次の問いに答えよ。

(1)　電圧コイルに加わる電圧は電源の起電力 E に等しいか。

(2)　電流コイルを流れる電流は負荷電流に等しいか。

(3)　アルミニウム円板は，電源電圧 V に比例する磁束 Φ_p と，電流 I に比例する磁束 Φ_c とによって回転する。アルミニウム円板を流れる電流は，何とよばれるか。

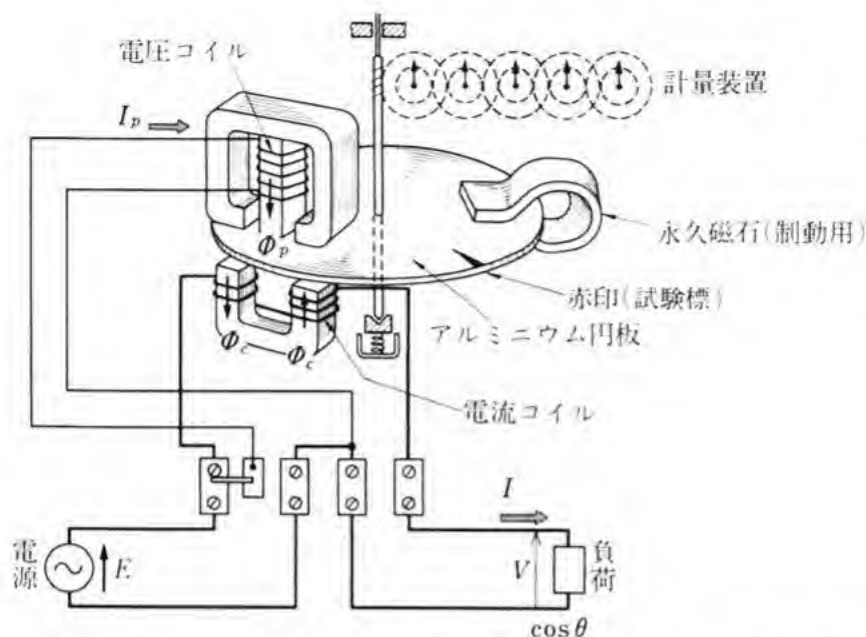



図 16　電力量計の原理図

問 19.　前問において，アルミニウム円板に働くトルクは，負荷で消費する電力 $P=VI\cos\theta$ に比例する。次の問いに答えよ。

(1)　アルミニウム円板の回転速度 N [回転/min] は，負荷の消費電力 P [W] に比例する。ある時間内のアルミニウム円板の回転数は，電力量に比例するか。

(2)　電力量計には，2000 [回転/kW·h] という計器定数が示されている。これは 1 [kW·h] の電力量が通過する間に，アルミニウム円板が 2000 回転するという意味である。電圧が 100 [V]，電流が 10 [A]，力率が 0.6 の回路では，30 分間にアルミニウム円板は何回転するか。

4. いろいろな電気計器

(1) 電気計器の動作原理による分類

指示電気計器には多くの種類があるが，それらを計器の動作原理

表 2 指示電気計器の動作原理による分類

種 類	記 号	動 作 原 理	主な計器の例	使用回路	交流による指示
可動コイル形		永久磁石の磁界と電流との間の電磁力	VAΩϕ	直 流	—
整流形		整流器と可動コイル形計器との組み合わせ	VA	交 流	平均値
熱電形	(直熱)	熱電対と可動コイル形計器との組み合わせ	VAW	交直流	実効値
可 動 鉄片形		磁界内の鉄片に働く電磁力	VA	交(直)流	実効値
電 流 力計形	(空心)	電流相互間の電磁力	VAWf	交直流	実効値
誘導形		交流磁界とこれによる誘導電流との作用による電磁力	VAWh	交 流	実効値
静電形		充電された2電極の静電吸引力	V	交直流	実効値
振 動 片 形		振動片の機械的共振作用	f	交 流	—

計器の例 V：電圧計，A：電流計，W：電力計，Ω：抵抗計，ϕ：磁束計，
f：周波数計，Wh：電力量計

（「JIS C 1102-1981」などによる）

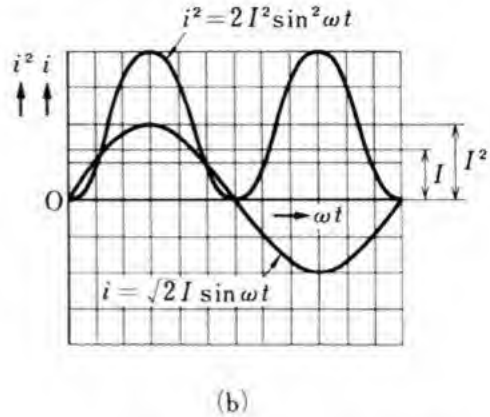
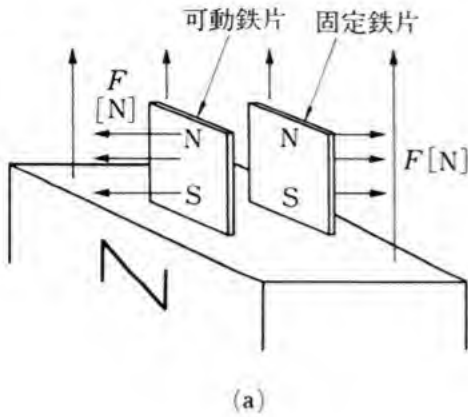



図 17 可動鉄片形計器の仕組み

によって分類して，表2に示す。

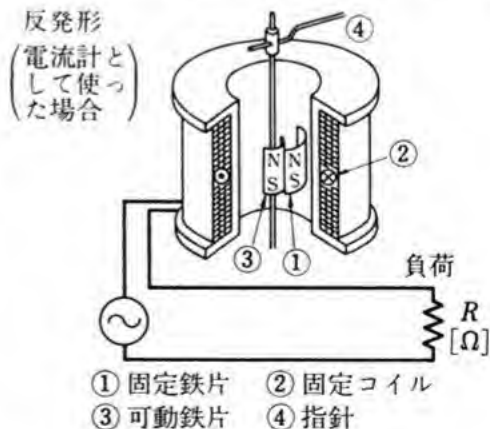
この表からもわかるように，動作原理によって，用途が異なるので，動作原理を理解しておくことは重要である。

（2） 可動鉄片形計器

商用周波数の交流回路では，電圧計・電流計として，可動鉄片形・整流形の計器が広く使われる。

図17(a)のように，強い磁界の中に鉄片をおくと，鉄片は図のように磁化され，固定鉄片と可動鉄片の間に電磁力が働く。

それで，図18の反発形のように，固定鉄片①に向かい合わせて，自由に回転できる可動鉄片③をおき，そのまわりのコイル②に電流を流すと，鉄片は例えば図のように磁化され，反発力が働く。また，コイルの電流の向きが逆になると，可動鉄片・固定

図 18 可動鉄片形計器の原理

鉄片の磁極が，両方とも逆になって，やはり反発力が働く。そのため，可動鉄片とそれに直結している指針④は回転し，うず巻きばねの弾性によるトルクとつりあうところで止まる。

このような仕組みの計器を**可動鉄片形計器**(moving-iron type meter)という。

特 性 可動鉄片形計器では，$i=\sqrt{2}I\sin\omega t$ の交流がコイルを流れると，可動鉄片に生じるトルクは，電流の実効値に比例する。それで，熱電形計器と同様に **実効値指示形** (effective value indication type) とよばれる。

電圧計・電流計 可動鉄片形計器は，可動部に電流を流す必要がないので作りやすく，電流計としては，最大目盛が 20 [mA] のものから 100[A] 程度のものまで作られている。しかし，それ以上高感度のものは作りにくい。電圧計として使うには，固定コイルに抵抗器を接続し，最大目盛 15～600 [V] 程度のものが多く作られている。

問 20. 可動鉄片形計器は磁気しゃへいがとくに必要である。なぜか。

問 21. 可動鉄片形計器が直流用にあまり使われないのはなぜか。

問 22. 最大目盛 20 [mA] の可動鉄片形計器を，最大目盛 100 [V] の電圧計にしたい。直列抵抗 r をいくらにすればよいか。

(3) 整 流 形 計 器

整流素子と可動コイル形計器を結合して，交流の電圧や電流を測定できるようにした計器を **整流形計器** (rectifier type meter) という。

図 19 (a)，(b) に示すように，電流を一方の向きだけに流す作用を整流作用といい，整流作用をもつ素子を **整流素子** (rectifying device) という。整流素子を図 (c) のように結合すると，電圧の向きが変わっても，可動コイル形計器には，同じ向きの実線と破線の電流が流

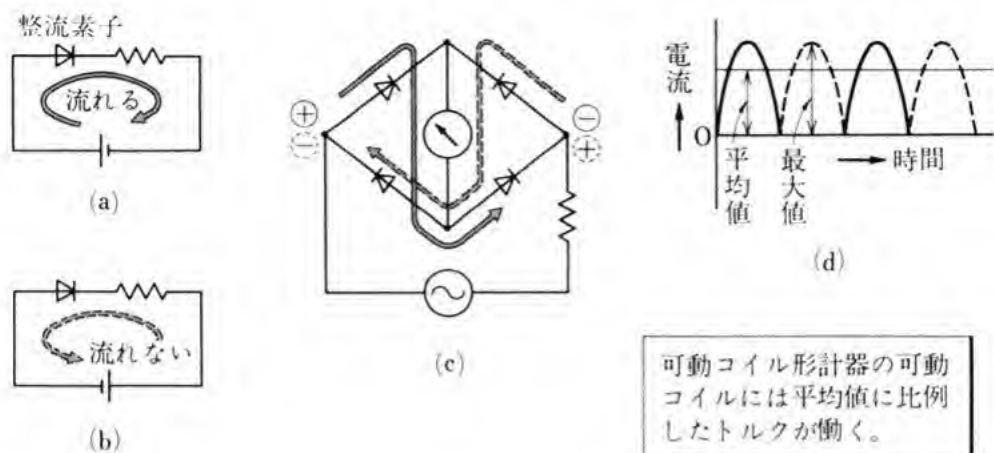



図 19 整流形計器

れ，これを波形で示したのが，図(d)である。可動コイル形計器の可動コイルには，その平均値に比例するトルクが加わるので，これは**平均値指示形**（mean value indication type）とよばれるが，実際には，実効値目盛で目盛ってある。したがって，波形が正弦波でないとき

図 20 振動片形周波数計

(a) 内部構造 (b) 外 観

(c) 振動片の振動状態

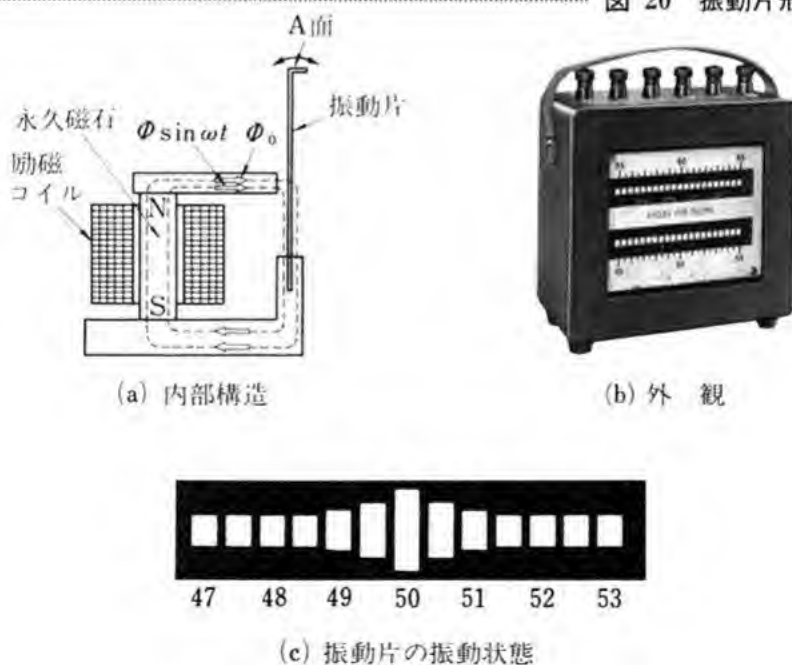
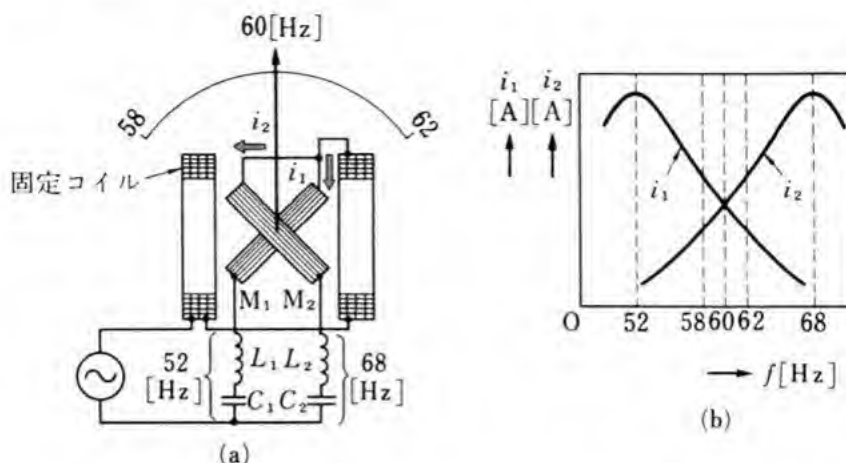



図 21　比率計形周波数計

には，平均値と実効値の比が変わるので，誤差を生じる。

問 23． 平均値 100 [V] の正弦波交流電圧の最大値・実効値はいくらか。

問 24． 実効値指示形と平均値指示形の目盛の均一さを比較せよ。

（4） いろいろな電気計器

周波数計　　交流の周波数を測定するものに周波数計がある。周波数計には，振動片形・比率計形などがある。

振動片形周波数計（vibrating reed frequency meter）は，固有振動数* の違う振動片を多数並べて，その近くに電磁石をおき，交流を流して，これを振動させ，どの振動片が最も大きく振動するかによって，交流の周波数を測定するものである**。図 20 (a) は，振動片形周波数計の一つの振動片を取り出した内部構造である。図 (b) は，固有振動数の異なる振動片を，図 (a) の A 面が見えるように 2

*　物体は，その寸法・形状によって，ある振動数にのみ機械的共振現象を起こし，大きな振幅を得る。この振動数を，その物体の固有振動数という。

**　交流の周波数は電気的振動数である。ただし，交流は，1 周期につき 2 回振動片を引き付ける。したがって，実際は，周波数 f の交流と固有振動数 $2f$ の振動片が共振を起こす。

段に並べたものである。また，図(c)は，図(b)の一部を拡大し，被測定交流の周波数が50 [Hz] のときの振動片の振動状態を示したものである。

次に，図21(a)のように，二つの固定コイルの中に，十字形に交差して組んだ可動コイル M_1, M_2 をおき，これに指針がつけてある。M_1 に電流が流れると，可動コイルは左に回転しようとし，回転角が大きくなると，トルクは弱まる。また，M_2 に電流が流れると，右に回転しようとし，回転角が大きくなると，トルクは弱まる。したがって，制御トルクがなくても，二つの可動コイルに流れる電流の比率に応じた振れ角でトルクがつりあい，指針は静止する。この方式の計器を**比率計** (ratio meter) という。

このような比率計は，いろいろなところに使われているが，これを利用して周波数を測定する方法を考えることができる。このように考えられた周波数計を**比率計形周波数計**(ratio-meter type frequency meter) という。図21は，その例で，図(a)に示すように，M_1, L_1, C_1 と M_2, L_2, C_2 の二つの直列接続回路を設け，M_1, M_2 の電流の比率が周波数によって変わるようになっている。この二つの共振特性は，図(b)に示すように，L_1, C_1 の共振周波数が52 [Hz] に，L_2, C_2 の共振周波数が68 [Hz] にとってあり，58～62 [Hz] の間を利用し，指針は，電流に応じた指示をする。

なお，この種の計器には，制御装置がないので，動作していないときには，指針は任意の位置で止まるため，**無定位形** (non-homing type) とよばれる。

問 25. 図21において，$f=61$ [Hz] のときには，可動コイル M_1, M_2 に働くトルクはどちらが大きいか。

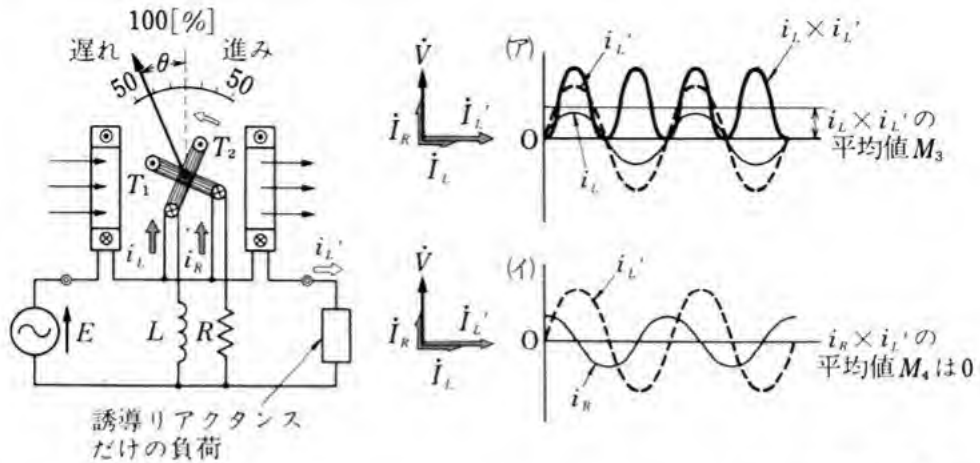



図 22 力率計の原理

力率計・位相計　　力率を直読する力率計は，比率計形力率計である。図22のように，二つの可動コイルにLとRが接続してある。したがって，例えば，誘導リアタンスだけの負荷であれば，i_Lとi_L'は同相であり，図(ア)のように，$i_L \times i_L'$の平均値M_3が大きくなるため，トルクT_2は大きい。i_Rはi_L'より位相が90°進んでおり，図(イ)のように，$i_R \times i_L'$の平均値M_4は0になるため，トルクT_1は0になる。それで，指針は図のように，左に回転しようとする。

また，容量リアクタンスだけの負荷の場合は，指針は右に回転しようとする。なお，抵抗と誘導リアクタンスの負荷の場合，または抵抗と容量リアクタンスの負荷の場合は，それぞれの中間になる。これによって，目盛を$\cos\theta$にすれば**力率計**（power-factor meter）となり，θをそのまま目盛れば**位相計**（phase meter）となる。ふつう力率計の目盛は，図23に示すように2乗目盛になっており，50～(誘導性)～100～(容量性)～50[%]

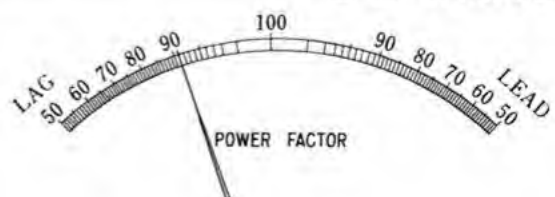



図 23 力率計の目盛

LAG 50 60 70 80 90 100 90 80 70 60 50 LEAD
POWER FACTOR

が直接読み取れるようになっている。

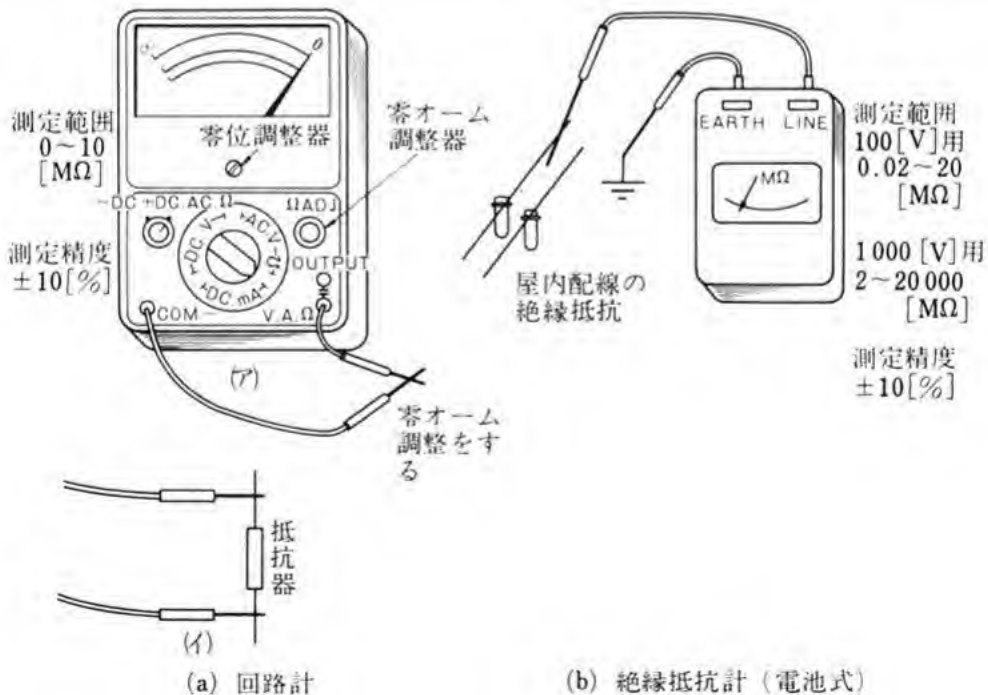
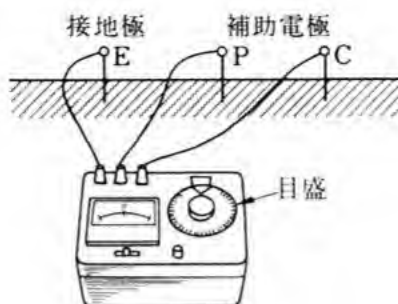
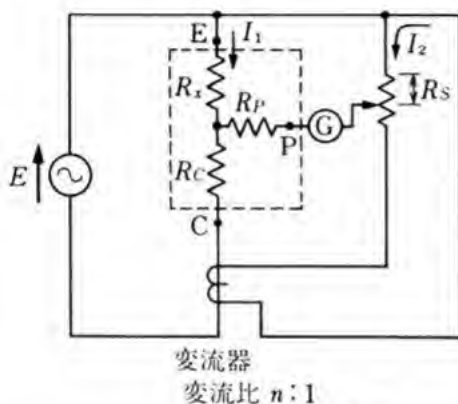
問 26. 図22の力率計で力率が測定できることを説明せよ。

(5) 現場用試験器

現場で電気機器の検査や修理をするときに使用する電気計器は，
5 およその値が測定できればよく，取り扱いや持ち運びが簡単であることが望ましい場合が多い。この目的に適したものとして，回路計・絶縁抵抗計・接地抵抗計などがある。

回路計 (avometer) は，抵抗が測定できるように作られた計器で，この他に，直流電圧・直流電流・交流電圧なども測定できる。図24
10 (ア)は，回路計の外観である。抵抗を測定する場合には，測定端子棒を短絡しておいて，零オーム調整器を調整して，指針を抵抗目盛の0 [Ω] に設定する。次に，図(イ)に示すように，測定端子棒を使用して抵抗値を測定する。

図 24 回路計と絶縁抵抗計（電池式）

(a) 回路計　　(b) 絶縁抵抗計（電池式）

(a) 接地抵抗計の接続

$I_2=nI_1$
$R_xI_1=nI_1R_S$—①
$R_x=nR_S$—②
R_x：接地極の接地抵抗
R_P, R_c：補助電極の接地抵抗
Ⓖ：交流検流計

(b) 原理図

図 25 接地抵抗計

なお，インダクタンスや静電容量を測定できる回路計もある。

絶縁抵抗計 (insulation resistance meter) は，一種の比率計である。絶縁抵抗計の内部で，100 [V]，1000 [V] などの電圧を発生させるが，その電圧の発生方法によって，**発電機式**（**メガ**；megger)，**電池式** (cell type，電子回路式）などとよばれるものがある。電気回路は，絶縁が不十分であると，使用中に短絡・接地などの事故を生じ，電気機器に損傷を与えることがある。これを未然に防ぐために，絶縁抵抗の測定が必要である。絶縁抵抗計はそのとき使われる。

接地抵抗は，交流で測定する。なぜならば，直流で測定すると，正の電極の表面とそれと接する大地との間で起こる**分極作用***(polarization) により抵抗値が変化するからである。

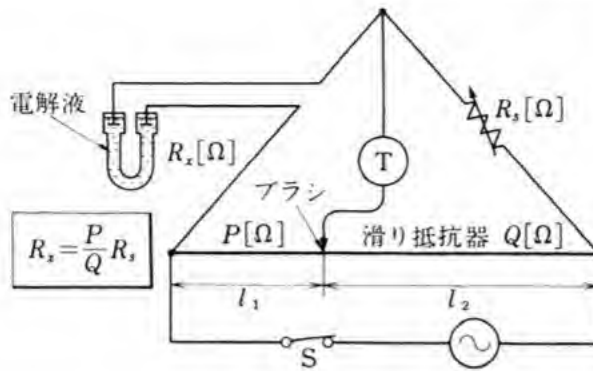



図 26　コールラウシュブリッジの原理

接地抵抗を測定するには，図 25(a)に示すように，接地極 E の他に補助電極 P, C を 5［m］以上の間隔で地面に差し込む。図(b)は，その状態のときの**接地抵抗計** (earth tester) の原理図であり，破線の部分は，各接地極の接地抵抗 R_x, R_P, R_C を含む地中の電気回路を示したものである。ここで，滑り抵抗器 R_S を調節して交流検流計の振れを 0 にすると，等式①がなりたち，したがって，等式②から R_x を求めることができる。実際には，R_x の値は，直読できるようになっている。

電解液の抵抗測定には図 26 のような**コールラウシュブリッジ**が使われる。電源には交流が，抵抗 $P, Q\,[\Omega]$ には，滑り抵抗器が使われ，ブラシの位置の目盛から，$\frac{P}{Q}=\frac{l_1}{l_2}$ の値が直ちに読み取れるようになっている。そこで，電解液の抵抗 $R_x\,[\Omega]$ は，次のように表すことができる。

$$R_x=\frac{l_1}{l_2}R_s \qquad (8)$$

* （前ページの注）電気の電極付近で化学変化が起こり，反応生成物が生じて電圧を減少させる働きを分極作用という。電解液に直流を流すと，電池と同じように分極作用が起こり，抵抗値が変化する。それで，接地抵抗や電解液の抵抗は交流で測定する。

問 27.　回路計で，抵抗・電圧・電流を測定する方法を説明せよ。

問 28.　絶縁抵抗計で抵抗を測定する方法を説明せよ。

問 29.　接地抵抗計で接地抵抗を測定する方法を説明せよ。

（6）ディジタル計器

ディジタル計器は，測定量を数字で表示するもので，今までに学んだ電圧計・電流計などに比べて，読み取りやすい。また，数値の記録や，伝送・データ処理には便利なので，最近はこの種の計器が多く使われるようになった。このディジタル計器に対して今まで学んできたような計器を **アナログ計器** という。図27のディジタル計器は，周波数計の例である。その測定原理は，被測定波の1周期につき1個の信号を発生させ，基準時間 t 秒間に信号が N 個発生すると，被測定波の周波数 f_x は，$\frac{N}{t}$[Hz] で求められるというものである。基準時間は，水晶発振器の発振周波数を分周期で分周してつくられた時間精度の高いパルス電圧である。図27に示すように，周波数の測定精度は，6けたから8けたぐらい表示できる。

図 27　ディジタル計器

5. 波形観測装置

時間とともに変化する電気に関する物理量を知ることも必要なことが多い。そのために考案されたものが，波形観測装置である。ここでは，波形観測装置で代表的なペン書きオシログラフとブラウン

管オシログラフについて調べる。

(1) ペン書きオシログラフ

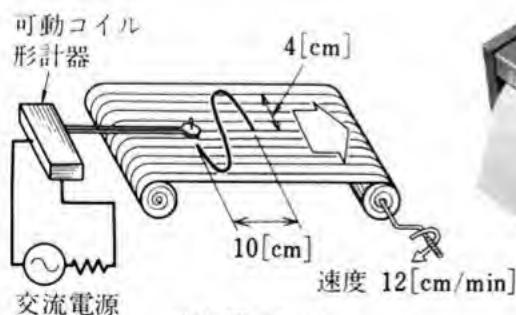
ペン書きオシログラフは，可動コイル形計器と同じ原理の装置である。可動コイルに変化する電流を流して，コイルについているペン先を振らせる。それと同時に記録紙を一定の速度で移動させて，その変化を記録紙上に記録させる。可動コイル形計器の構造は機械的だから，急激な変化に応答できない。したがって，変化があまり速くない現象の波形観測に使われる。

ペン書きオシログラフは，記録が直接とれ，しかも長時間の記録が可能なので，広く使われている。図28は，ペン書きオシログラフの例である。

問 30. 図28について，次の問いに答えよ。

(1) 記録紙の速度が12 [cm/min] であれば，図の波形の周期と周波数はいくらか。

(2) 電圧10 [V] を加えたときに，ペン先が1 [cm] 振れるとすると，図の波形のピークピーク値・最大値・実効値はいくらか。

図 28 ペン書きオシログラフによる観測

(a) 原理図　　(b) 外観

(2) ブラウン管オシログラフ

図29(a)の装置は**ブラウン管オシログラフ**(CRT oscillograph)とよばれ，真空中における電子の運動を利用して，変化の速い電圧の波形が観測できるようになっている。図(b)〜(f)は，この装置の原理図である。図(b)のように，ブラウン管の中には，垂直偏向板・水平偏向板があり，それらに囲まれた真空中を負の電荷をもった電子が進めるようになっており，ブラウン管の蛍光面に電子が当たると，その点が光るようになっている。

図(c)，(d)のように，垂直偏向板に交流電圧が加わっていると，電子の軌道は上下に曲げられ，蛍光面には光った縦線が現れる。同様に，図(e)のように，水平偏向板に交流電圧が加わっていると，電子の軌道は左右に曲げられ，光った横線が現れる。もし，図(f)のように，水平偏向板にのこぎり波とよばれる電圧を加え，一定速度で左右に電子を振らしておき，垂直偏向板に観測電圧を加えると，図のような波形が現れる。

問 31．図29について，次の問いに答えよ。

(1) 図(a)の波形の周期・周波数・ピークピーク値・最大値・実効値を求めよ。

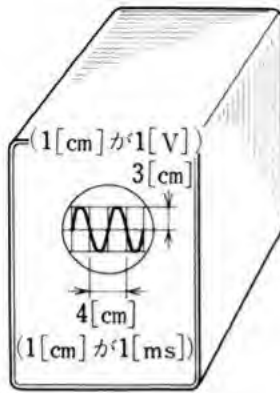
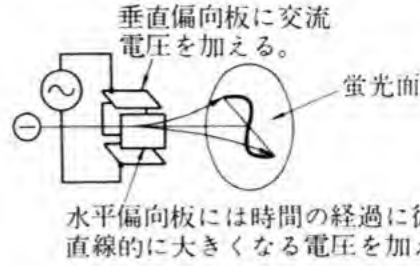
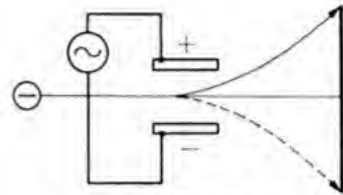
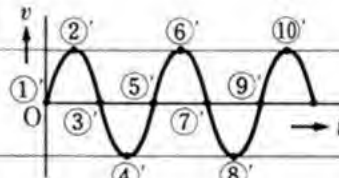
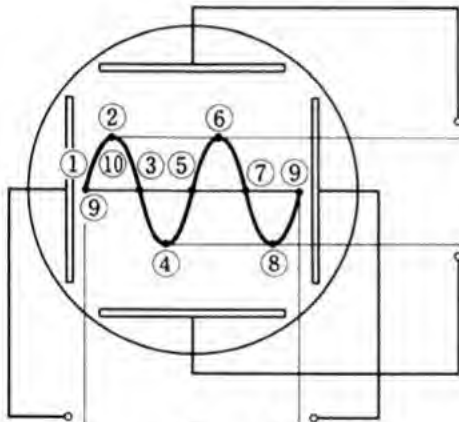
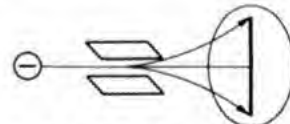
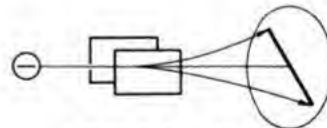
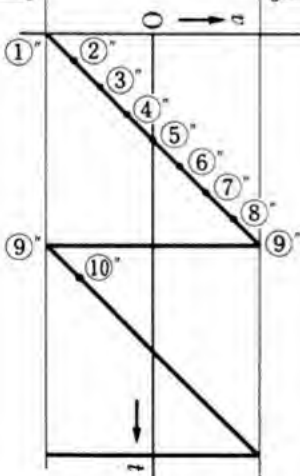
(2) 図(a)には，図(f)の①〜⑨の波形が現れることを確かめよ。

ブラウン管オシログラフは，
オシロスコープともよばれる。

図 29 ブラウン管オシログラフによる観測

章 末 問 題

1. 系統誤差にはどんなものがあるか。例をあげよ。

2. 図1の回路で，端子3，4間の電圧を測定したら10 [V] であった。電圧計の内部抵抗は1000 [Ω/V] で，使用した端子は＋と20 [V] であったという。端子1，2間の電圧を求めよ。

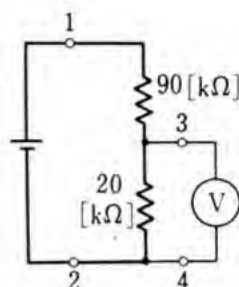



図 1

3. 図2について，次の問いに答えよ。

(1) 図(a)の回路で，電圧計 V は200 [V]，電流計 A は0.5 [mA] を示した。この結果から何がわかるか。

(2) 図(b)の回路で，電流計 A は10 [A]，電圧計 V は100 [mV] を示した。この結果から何がわかるか。

(3) 図(c)の回路で，抵抗 r は0.0005 [Ω]，電圧計の内部抵抗 r_v は50 [Ω] であり，電圧計 V は50[mV] を示した。電流 I を求めよ。

(4) 図(d)の回路で，抵抗 r と電圧計 V の内部抵抗 r_v は，図(c)の場合と同じ値である。r_0 は配線の抵抗で，0.5 [Ω] であるという。I が100

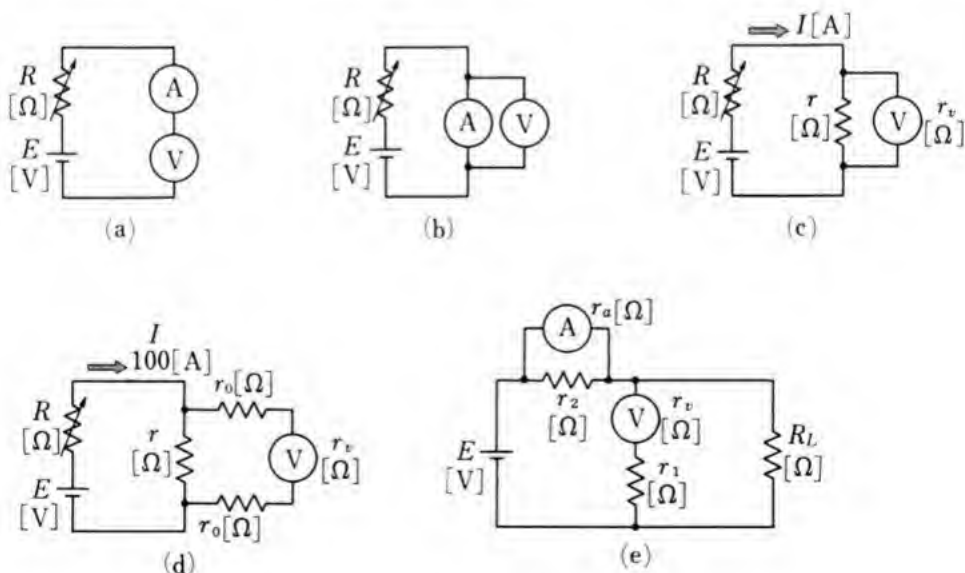



図 2

[A] であれば，電圧計 V の指示はいくらになるか。

4. 図 2(e) の回路で，r_1 は 500 [kΩ]，r_v は 100 [kΩ] であり，電圧計 V は 50 [V] を示した。また，r_2 は 1 [Ω]，r_a は 10 [Ω] であり，電流計 A は 2 [mA]を示した。R_L の値を求めよ。

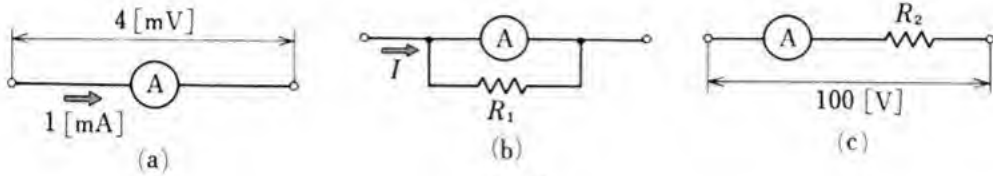



図 3

5. 図 3 の電流計 A は，最大目盛 1 [mA] の可動コイル形計器である。これに 4 [mV] の電圧を加えると，1 [mA] の電流が流れるという。次の問いに答えよ。

(1) 図 (a) の電流計の内部抵抗はいくらか。

(2) 図 (b) の R_1 をいくらにすると，I=1 [A] の電流まで測定できるようになるか。

(3) 図 (c) において，R_2 をいくらにすると，100 [V] までの電圧を測定できるようになるか。

6. ブラウン管オシログラフによって，図 4 のような正弦波を観測した。この正弦波の周期・周波数・ピークピーク値・最大値・実効値・平均値を求めよ。

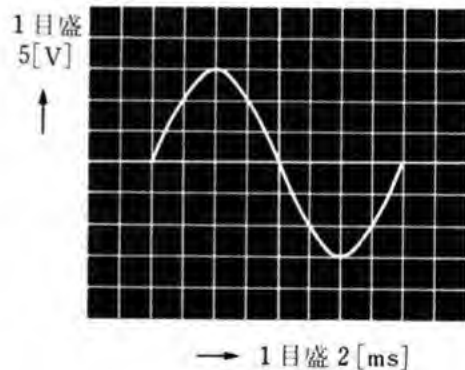
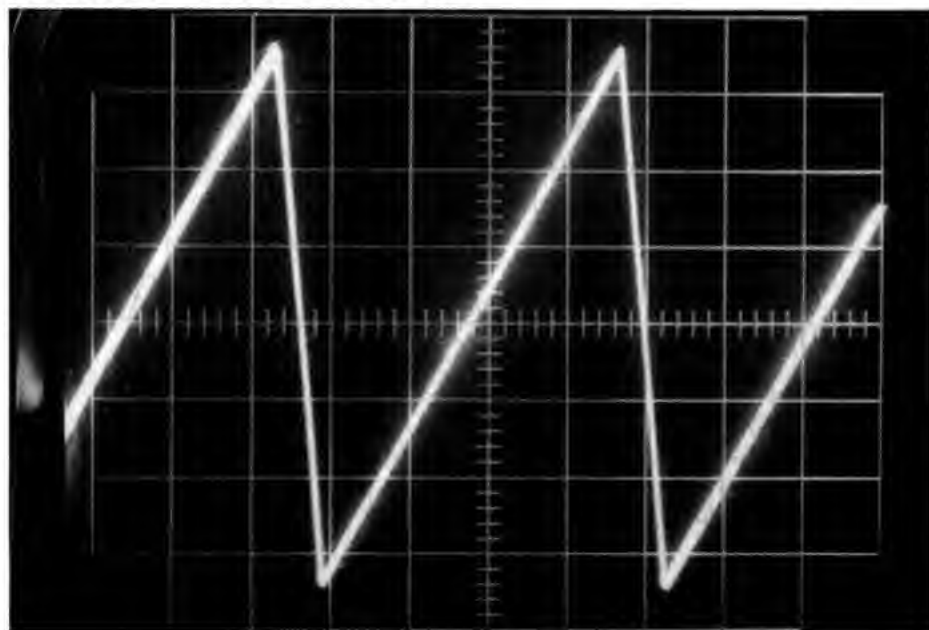



図 4

第7章 各種の波形

非正弦波交流の発生とその成分の構成を知り，電圧・電流・電力の取り扱い方を理解する。

スイッチのオン・オフによって生じる回路の過渡現象の状態と性質を学び，パルス・のこぎり波の発生とその回路について学習する。

オシロスコープによるのこぎり波

非正弦波交流

この節の目標　鉄心に巻いたコイルに正弦波の交流電圧を加えても，流れる電流は，ひずんだ交流波形になる。この交流を**非正弦波交流**（non-sinusoidal wave AC），または**ひずみ波交流**（distorted wave AC）という。

非正弦波交流は，その波形が正弦波とかなり違っていても，規則正しく繰り返す交流であって，周波数の違ういくつかの正弦波交流からなりたっている。

この節では，なぜ非正弦波交流が発生するか，また，その成分・実効値・ひずみ率・電力などをどのように取り扱うかについて学ぶ。

1. 非正弦波交流の発生

図1は，非正弦波交流の波形の例を示したものである。これらの波形は，それぞれ必要に応じて作り出す場合と，回路によってこのような波形になる場合とがある。

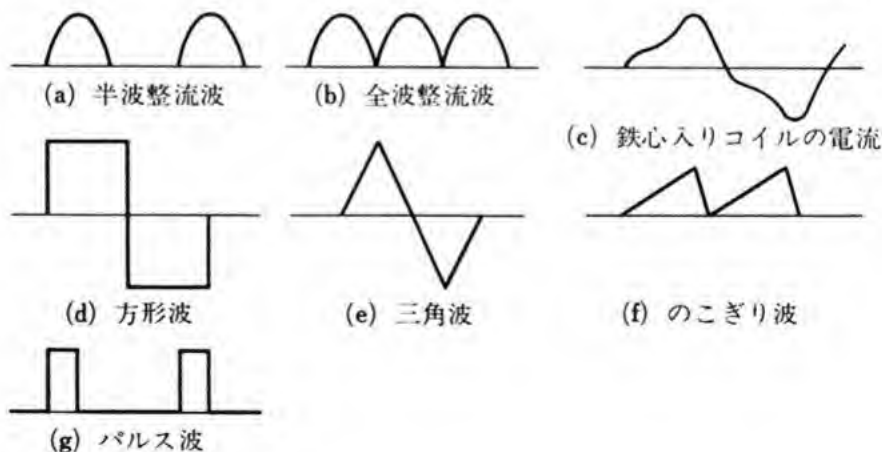
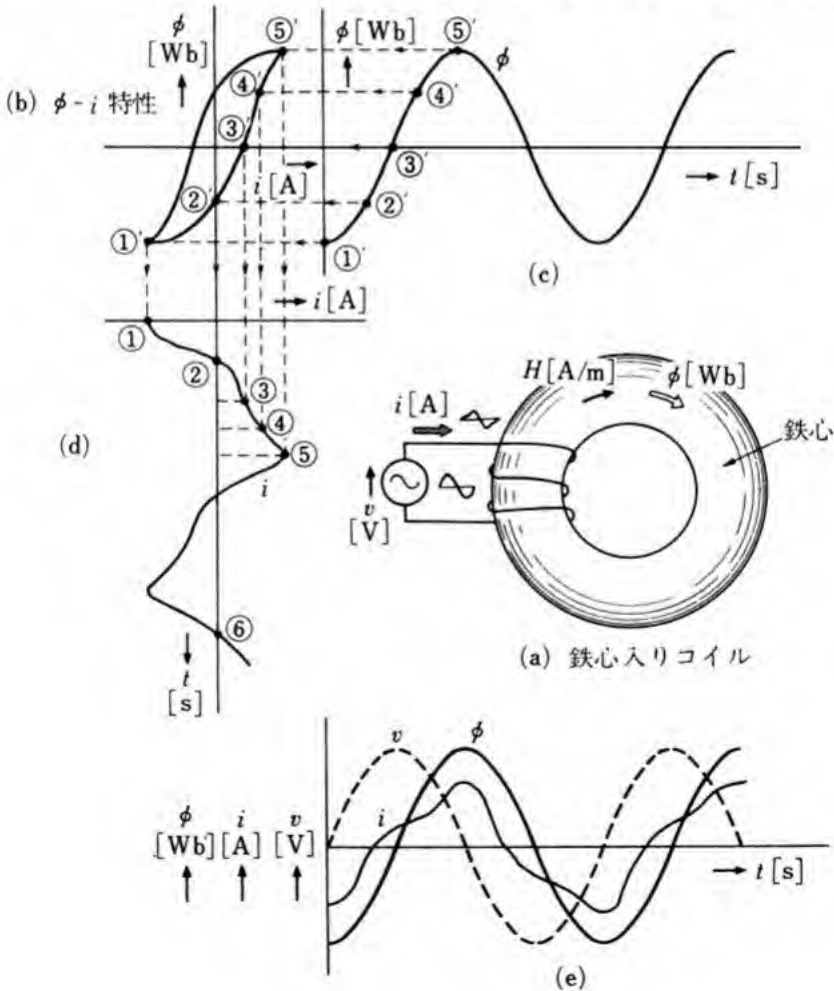
図 1　いろいろな波形

ここでは，鉄心入りコイルの電圧・電流について調べる。

図2(a)の鉄心入りコイルに電流i[A]が流れると，磁束ϕ[Wb]が生じる。このときのiとϕとの関係は，図(b)のようなヒステリシス特性をもつ。このϕ-iのヒステリシス特性がiをひずませるのである。すなわち，コイルに図(e)で示す正弦波交流電圧v[V]を加えると，図(c)に示す正弦波形の磁束ϕ[Wb]が生じ，このϕ[Wb]を作るために，ϕ-iのヒステリシス曲線から求められるi[A]は図(d)に示す波形になり，ひずみ波形となる。i[A]の波形は，図2に示すように，(c)→(b)→(d)の順序に，矢印のように求め

図 2 鉄心入りコイルの電圧と電流

られる。

図(e)は v, i, ϕ を同一軸上にかいたものである。

問 1. 空心コイルでは，ϕ と H の特性は直線であり，ヒステリシス特性はない。その場合，i はひずむか。

問 2. 図2において，電圧がひずまないで，電流がひずむ。なぜか。

問 3. 図2(d)の⑥の点の電流が流れている場合，それに相当する時刻における v, i, ϕ の点を図2(e)に示せ。

2. 非正弦波交流の成分

非正弦波交流は，正弦波に比べてひずみが少ないときは正弦波として近似的に取り扱えるが，ひずみ方が著しいときは，周期の異なる多数の正弦波に分解して取り扱う。

この多数の三角関数の和をフーリエ級数という。非正弦波交流には，この級数が利用される。

（1） 非正弦波交流の成分

図3(a)のように，周波数 f [Hz] の正弦波交流電圧 $v_1=30\sin 2\pi ft$ [V] と，周波数 $3f$ [Hz] の正弦波交流電圧 $v_3=10\sin 2\pi(3f)t$ [V] とを直列に接続したとき，これらの波形と，その合成電圧 v [V] の波形を，図(b)に示す。

非正弦波交流電圧 v は，正弦波交流電圧 v_1 と正弦波交流電圧 v_3 の和となっていて，v_1, v_2 は v の成分である。また，非正弦波電圧の1周期の平均をとると，図(c)のように0にならない場合がある。非正弦波交流電圧は，正弦波交流電圧だけで合成されるものとは限らない。直流分を含んだものもある。

問 4. 図3(b)において，時刻aの v の値adは，v_1 の値acと v_3 の値

$v_1=30\sin 2\pi ft$ [V]

$v_3=10\sin 2\pi(3f)t$ [V]

オシロスコープ

(a)

(b)

直流分 V_0

(c)

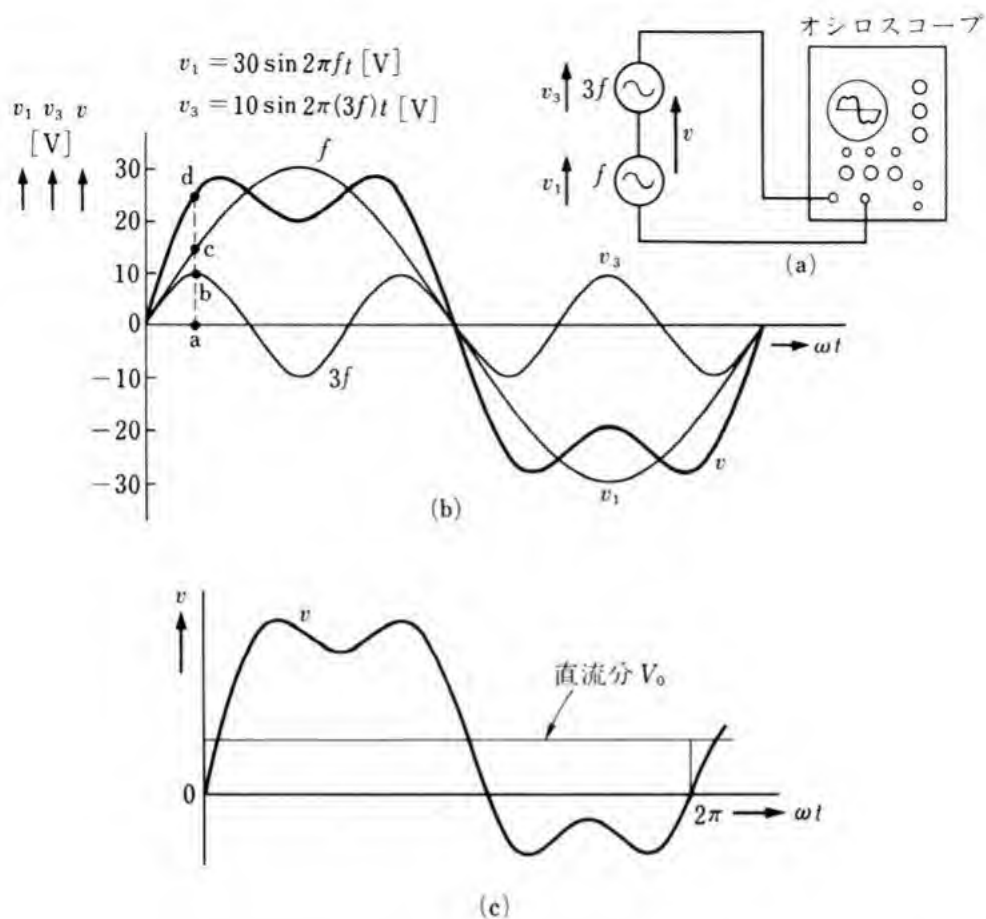



図 3　非正弦波交流の合成

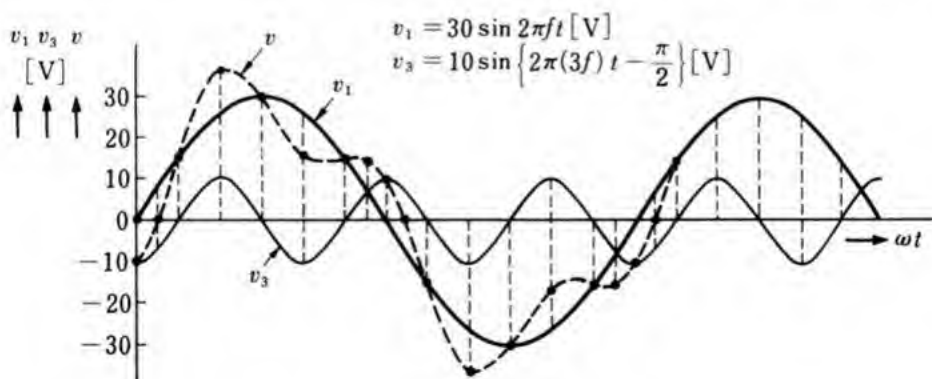



図 4

ab の和であると決める。このような考え方で，v_1 と v_3 の波形から，v の波形が作図できることを確かめよ。

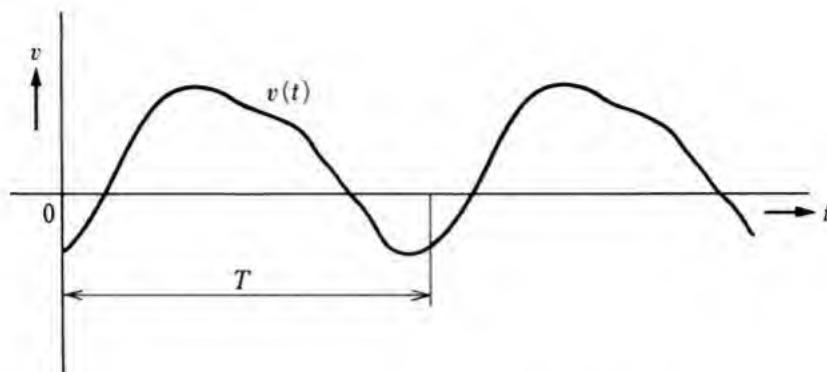



図 5　周期 T の非正弦波交流

問 5.　図 4 の非正弦波交流電圧 v の波形は，$v_1=30\sin 2\pi ft$，
$v_3=10\sin\left\{2\pi(3f)t-\frac{\pi}{2}\right\}$ の和から求めたものであることを確かめよ。

問 6.　図 3 (b) と図 4 はどこが違うか。

問 7.　図 3 (b)，図 4 を参考にして，$v_1=30\sin 2\pi ft$，$v_3=10\sin\{2\pi(3f)t+\pi\}$ の波形をかき，さらに，$v=v_1+v_3$ の波形をかいてみよ。

（2）　非正弦波交流の高調波

一般に，任意の波形は，無数の正弦波形の重ね合わせであると考えられる。

$v(t)$ は，周期 T で図 5 に示される非正弦波交流電圧とする。これを，フーリエ展開すると

$$
\begin{aligned}
v(t) &= a_1\sin\omega t + a_2\sin 2\omega t + a_3\sin 3\omega t + \cdots\cdots \\
&\quad + b_0 + b_1\cos\omega t + b_2\cos 2\omega t + b_3\cos 3\omega t + \cdots\cdots \\
&= \sum_{n=1}^{\infty} a_n\sin n\omega t + b_0 + \sum_{n=1}^{\infty} b_n\cos n\omega t
\end{aligned}
$$

で表される*。

*　$T=\frac{1}{f}$，$\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$ とおけば，a_n，b_n $(n=1,2,\cdots)$，b_0 は，次の等式で与えられる。

$$a_n=\frac{2}{T}\int_0^T v(t)\sin n\omega t\,dt,\qquad b_n=\frac{2}{T}\int_0^T v(t)\cos n\omega t\,dt,\qquad b_0=\frac{1}{T}\int_0^T v(t)dt$$

このフーリエ級数は，$A_n=\sqrt{a_n{}^2+b_n{}^2}$，$\theta_n=\tan^{-1}\dfrac{b_n}{a_n}$ とおけば，次の等式に書き換えられる。

$$v(t)=b_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin(n\omega t+\theta_n)$$

ここで，b_0 は，非正弦波の**平均値** (mean value) すなわち直流分に相当し，$A_1\sin(\omega t+\theta_1)$ は **基本波** (fundamental harmonic)，$A_n\sin(n\omega t+\theta_n)$ は第 n **高調波** (higher harmonic) という。

図 6 の波形は，方形波とよばれる。この方形波は，一定の周期 T で繰り返す波であり，この波形は，フーリエ級数に展開すると

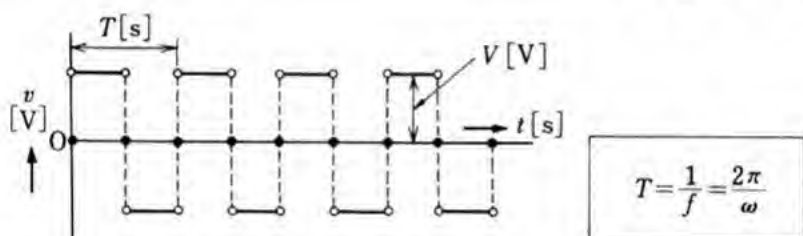



図 6 方形波

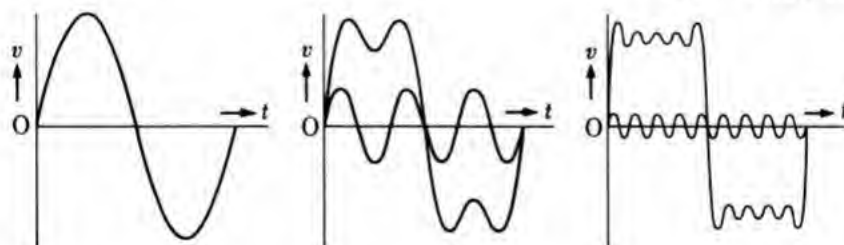
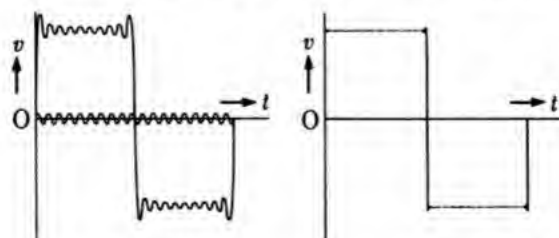



図 7 方形波と高調波

$$v=\frac{4}{\pi}V\left(\sin\omega t+\frac{1}{3}\sin 3\omega t+\frac{1}{5}\sin 5\omega t+\frac{1}{7}\sin 7\omega t+\cdots\cdots\right) \tag{1}$$

で表される。この(1)の右辺で，$\frac{4}{\pi}V\sin\omega t$ すなわち $\frac{4}{\pi}V\sin 2\pi ft$ を基本波，$\frac{4}{3\pi}V\sin 3\omega t$ すなわち $\frac{4}{3\pi}V\sin 3(2\pi f)t$ のように基本波の3倍の周波数の波を第3調波などといい，基本波より高い周波数の波を高調波という。

図7(a)は基本波だけ，図(b)は基本波と第3調波，図(c)は第9調波まで，図(d)は第19調波まで，図(e)は第99調波までのそれぞれの場合について，波形をかいたものである。このように，より高い周波数の高調波まで計算すると，その和は方形波に近くなる。

問 8. 図6において，$V=10$ [V]，$T=10$ [ms] であるという。次の問いに答えよ。

(1) 方形波の周波数と角周波数を求めよ。

(2) 基本波の周波数と振幅を求めよ。

(3) 第3調波の周波数と振幅を求めよ。

(4) 第99調波の周波数と振幅を求めよ。

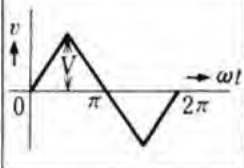
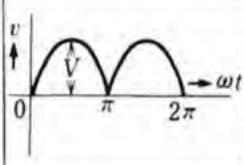



図8は，方形波の基本波の振幅を1とした場合の，各高調波の振幅の大きさを示したものである。これによって，高調波の振幅が，

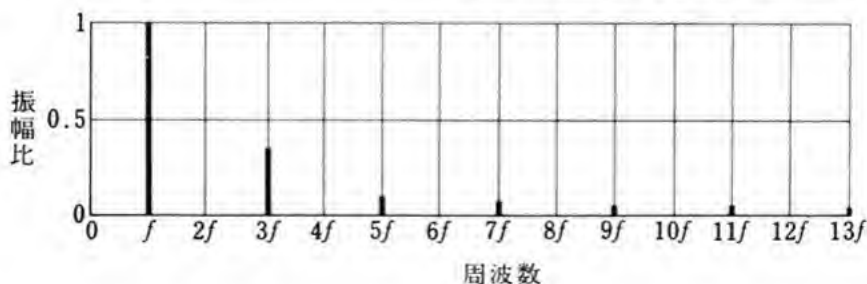
図8　方形波の各高調波の振幅の大きさ

周波数によってどのように変化しているかがよくわかる。

表1は，三角波と全波整流波を構成している成分を示したものである。このように，非正弦波には，基本波の奇数倍の高調波からなりたっているものや，偶数倍の高調波だけのものや，奇数倍・偶数倍の高調波をともに含んだものもある。また，直流分を含むものもある。

表 1

三角波	（波形図）	$v=\dfrac{8V}{\pi^2}\left\{\sin\omega t-\dfrac{\sin 3\omega t}{3^2}+\dfrac{\sin 5\omega t}{5^2}-\cdots\cdots\right\}$
全波整流波	（波形図）	$v=\dfrac{2V}{\pi}+\dfrac{2V}{\pi}\left\{\dfrac{2}{3}\sin\left(2\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)+\dfrac{2}{15}\sin\left(4\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)+\dfrac{2}{35}\sin\left(6\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)+\cdots\right\}$

(3)　実効値とひずみ率・波形率・波高率

非正弦波交流の大きさを表すのにも，正弦波の場合と同じように，実効値を使う。

実効値　非正弦波交流の実効値は，$\sqrt{(\text{瞬時値})^2\text{の平均}}$ で表される。

一般に，直流分 V_0，基本波 V_1，および V_2，V_3，…… などの実効値をもつ高調波からなる非正弦波交流電圧の実効値 V [V] は，次のように表される。

$$V=\sqrt{V_0^2+V_1^2+V_2^2+V_3^2+\cdots\cdots} \qquad (2)$$

〔例〕 $v=\sqrt{2}\times5\sin\omega t+\sqrt{2}\times4\sin2\omega t+\sqrt{2}\times3\sin3\omega t$ [V] の電圧の実効値 V [V] は，$V_0=0$ [V]，$V_1=5$ [V]，$V_2=4$ [V]，$V_3=3$ [V] であるから，$V=\sqrt{5^2+4^2+3^2}=\sqrt{50}=7.07$ [V] である。

ひずみ率　一般に，基本波を除いて，高調波だけの実効値を V_K [V] とすると，V_K は，次のように表される。

$$V_K=\sqrt{V_2^2+V_3^2+\cdots\cdots} \qquad (3)$$

V_K と基本波 V_1 との比をパーセントで表したものを**ひずみ率**といい，k で表す。k [%] は，次のように表される。

$$k=\frac{V_K}{V_1}\times 100=\frac{\sqrt{V_2^2+V_3^2+\cdots\cdots}}{V_1}\times 100 \qquad (4)$$

〔例〕 $v=\sqrt{2}\times 50\sin\omega t+\sqrt{2}\times 4\sin 2\omega t+\sqrt{2}\times 3\sin 3\omega t$ [V] の電圧のひずみ率 k は，$V_1=50$ [V]，$V_2=4$ [V]，$V_3=3$ [V] であるから，$V_K=\sqrt{4^2+3^2}=5$ [V] であり，$k=\frac{V_K}{V_1}\times 100=\frac{5}{50}\times 100=10$ [%] となる。

波形率と波高率　交流の波形がどの程度とがっているかを示すのに，**波形率** (form factor)，**波高率** (peak factor) が使われる。

$$\text{波形率}=\frac{\text{実効値}}{\text{平均値}}, \qquad \text{波高率}=\frac{\text{最大値}}{\text{実効値}}$$

表2に，いろいろな波形の波形率・波高率などを示す。

表 2　いろいろな波形の波形率・波高率

波形	最大値	実効値	平均値	波形率	波高率
方形波	V	V	V	1	1
正弦波	V	$\frac{V}{\sqrt{2}}$	$\frac{2V}{\pi}$	1.11	1.414
全波整流波	V	$\frac{V}{\sqrt{2}}$	$\frac{2V}{\pi}$	1.11	1.414
三角波	V	$\frac{V}{\sqrt{3}}$	$\frac{V}{2}$	1.155	1.732

問 9. $v=100\sqrt{2}\sin\omega t+5\sqrt{2}\sin 2\omega t+2\sqrt{2}\sin 3\omega t$ [V] で表される非正弦波交流電圧がある。この非正弦波交流電圧の実効値，高調波だけの実効値，ひずみ率は，それぞれいくらか。

3. 非正弦波交流の電圧・電流・電力

R, L, C からなる交流回路に，正弦波交流電圧を加えると，回路には，正弦波交流が流れるが，非正弦波交流電圧を加えた場合には，非正弦波の電流が流れる。しかし，この電流の波形は，一般に，非
5 正弦波交流電圧の波形と非常に違う。

ここでは，回路に非正弦波交流が流れたときの，電圧・電流・電力などの取り扱いについて調べる。

（1） 非正弦波交流の電圧と電流

図 9 (a) の (ア) のような RC 直列回路に，次の（5）で示されるよ
10 うな，基本波 $v_1=\sqrt{2}\,V_1\sin\omega t$ [V] と，第 2 調波 $v_2=\sqrt{2}\,V_2\sin 2\omega t$ [V] の和で表される非正弦波交流電圧 v [V] が加わるものとする。

$$v=\sqrt{2}\,V_1\sin\omega t+\sqrt{2}\,V_2\sin 2\omega t \qquad (5)$$

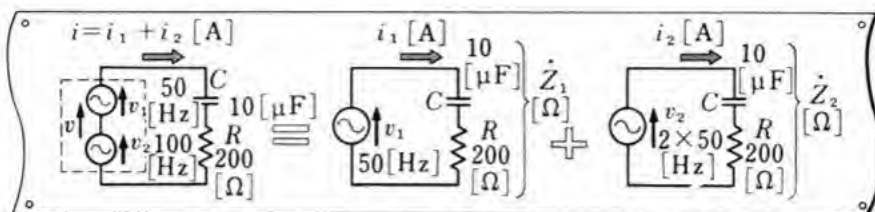
この場合，重ね合わせの理から考えると，図 (a) の (ア) の非正弦波交流電圧の加わる回路は，図 (a) の (イ) のような基本波電圧 v_1 の加
15 わる回路と，図 (a) の (ウ) のような第 2 調波電圧 v_2 の加わる回路とを合成したものであると考えることができる。

図 (a) の (イ) の回路で，インピーダンス $\dot{Z}_1$ [Ω] は，$R=200$ [Ω]，$C=10$ [μF]，$f=50$ [Hz] であるから，次の等式で求まる。

$$\dot{Z}_1=R-j\frac{1}{\omega C}=200-j\frac{10^6}{2\pi\times 50\times 10}=200-j\,318\,[\Omega]$$

20 したがって，回路に加わる電圧の基本波の実効値 $\dot{V}_1$ を 100 [V] とすると，回路を流れる電流 $\dot{I}_1$ [A] は，

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{V}_1}{\dot{Z}_1}=\frac{100}{200-j\,318}=\frac{100}{\sqrt{200^2+318^2}}\varepsilon^{j\theta}=0.266\,\varepsilon^{j\theta}\,[\mathrm{A}]$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{318}{200}=1.009\,[\mathrm{rad}],\ \text{ゆえに，}\ \dot{I}_1=0.266\,\varepsilon^{j1.009}\,[\mathrm{A}]$$

(ア) 非正弦波電圧回路　(イ) 基本波電圧回路　(ウ) 第2調波電圧回路

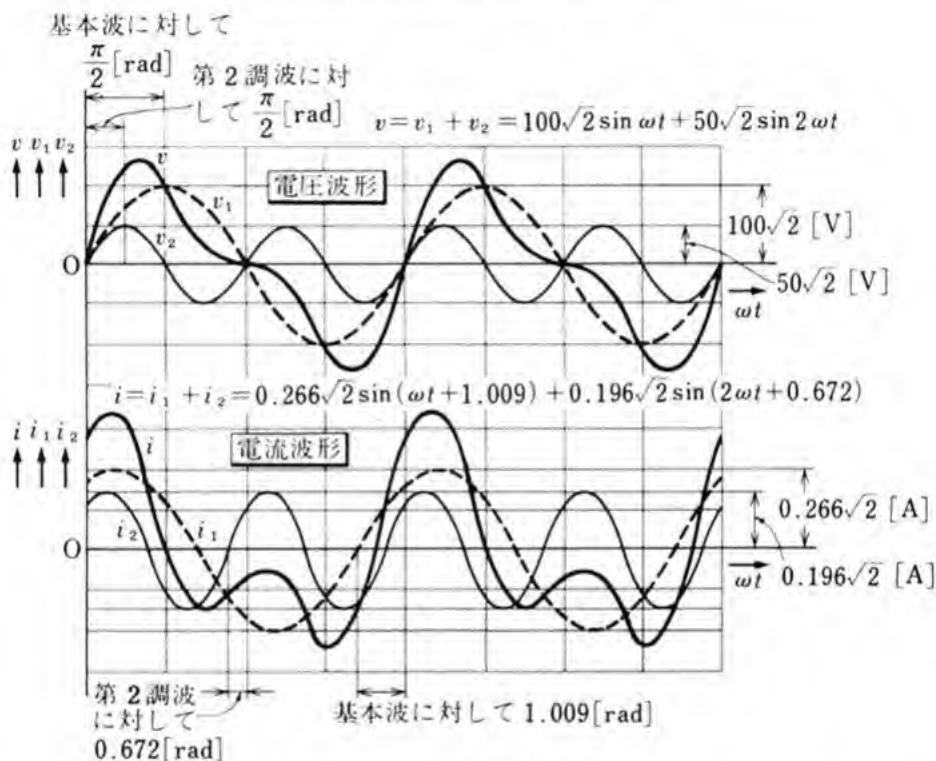
(a) RC 回路に非正弦波交流電圧が加わった例

(b) 非正弦波交流の電圧・電流

図 9 非正弦波交流の電圧と電流

である。

次に，図(a)の(ウ)の回路のインピーダンス $\dot{Z}_2$ [Ω] を求めると，$f=2\times 50$ [Hz] であるから，

$$\dot{Z}_2=R-j\frac{1}{2\omega C}=200-j\frac{10^6}{4\pi\times 50\times 10}=200-j\,159\ [\Omega]$$

である。

したがって，第2調波の電圧の実効値 $\dot{V}_2$ を 50 [V] とすると，

回路を流れる電流 $\dot{I}_2$ [A] は,

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{V}_2}{\dot{Z}_2}=\frac{50}{200-j\,159}=\frac{50}{\sqrt{200^2+159^2}}\,\varepsilon^{j\theta}\;[\mathrm{A}]$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{159}{200}=0.672[\mathrm{rad}],\quad \text{ゆえに,}\quad \dot{I}_2=0.196\,\varepsilon^{j0.672}\;[\mathrm{A}]$$

である。

以上のことから, 図(a)の(ア)の回路では, 次に示す電圧 v [V] が加わることによって, 電流 i [A] が流れることがわかる。

$$v=v_1+v_2=100\sqrt{2}\sin\omega t+50\sqrt{2}\sin 2\,\omega t \qquad (6)$$

$$i=i_1+i_2=0.266\sqrt{2}\sin(\omega t+1.009)+0.196\sqrt{2}\sin(2\,\omega t+0.672) \qquad (7)$$

(6)をもとにして, 基本波電圧 v_1 および第2調波電圧 v_2 の波形をかき, その合成波の非正弦波交流電圧 v を図示したのが, 図(b)の上のグラフであり, 同じようにして, 基本波電流 i_1, 第2調波電流 i_2, その合成波の非正弦波交流電流 i を図示したのが, 図(b)の下のグラフである。

図(b)からわかるように, RC 回路では, $\dfrac{V_2}{V_1}=\dfrac{50}{100}=0.5$ よりも $\dfrac{I_2}{I_1}=\dfrac{0.196}{0.266}=0.737$ の方が大きく, 電圧に対して電流の進む角度は, 基本波が高調波よりも大きい。

このようなことから, 回路に非正弦波交流が流れると, 電圧波形と電流波形とが違うことがわかる。

問 10. 抵抗だけの回路に非正弦波交流電圧が加わった場合, その電流波形は電圧波形と違うか。

問 11. 抵抗とインダクタンスの回路に, (6)の電圧 v を加えたとき, 回路に流れる電流 i の位相は, 電圧に比べて進んでいるか, 遅れているか。また, このとき, $\dfrac{(\text{第2調波電圧})}{(\text{基本波電圧})}$ の値と, $\dfrac{(\text{第2調波電流})}{(\text{基本波電流})}$ の値

とは，どちらが大きいか。

次に，基本波電圧に対する基本波電流の遅れ角と，第2調波電圧に対する第2調波電流の遅れ角とでは，どちらが大きいか。

（2） 非正弦波交流の電力

図10のような，抵抗とリアクタンスからなる回路に，非正弦波交流電圧を加えるとき，回路で消費される電力について調べる。

図において，次に示す電圧 v［V］が加わり，電流 i［A］が流れているとする。

$$v=\sqrt{2}\,V_1\sin\omega t+\sqrt{2}\,V_2\sin 2\,\omega t \qquad (8)$$

$$i=\sqrt{2}\,I_1\sin(\omega t+\theta_1)+\sqrt{2}\,I_2\sin(2\,\omega t+\theta_2) \qquad (9)$$

回路で消費される瞬時電力 p［W］は，次のように表される。

$$\begin{aligned}p=vi&=\{\sqrt{2}\,V_1\sin\omega t+\sqrt{2}\,V_2\sin 2\,\omega t\}\{\sqrt{2}\,I_1\sin(\omega t+\theta_1)\\&\quad+\sqrt{2}\,I_2\sin(2\,\omega t+\theta_2)\}\\&=2\,V_1I_1\sin\omega t\cdot\sin(\omega t+\theta_1)+2\,V_2I_2\sin 2\,\omega t\cdot\sin(2\,\omega t+\theta_2)\\&\quad+2\,V_1I_2\sin\omega t\cdot\sin(2\,\omega t+\theta_2)+2\,V_2I_1\sin 2\,\omega t\cdot\sin(\omega t+\theta_1)\end{aligned} \qquad (10)$$

回路の消費電力 P［W］は，瞬時電力 p［W］の平均値である。(10)の第1項と第2項の平均値は，すでに学んだことからわかるように*，$V_1I_1\cos\theta_1$［W］，$V_2I_2\cos\theta_2$［W］である。また，第3項と第4項は，基本波と第3調波からなる電圧と電流の積で表される瞬時電力であるから，その平均値は0［W］となる**。

---

* 「A巻」の264～265ページで学んだ。

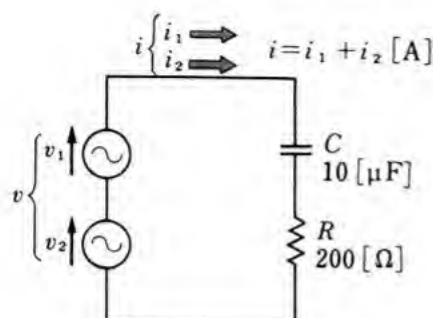
** 「A巻」の264ページで学んだことから，
$2\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)$ を使って計算すると，(10)の第3，4項は
(第3項)$=V_1I_2\cos(\omega t+\theta_2)-V_1I_2\cos(3\,\omega t+\theta_2)$
(第4項)$=V_2I_1\cos(\omega t-\theta_1)-V_2I_1\cos(3\,\omega t+\theta_1)$
となり，1周期にわたって平均すると0になることがわかる。

非正弦波交流の消費電力＝
(基本波の消費電力)＋(各高調波の消費電力)
$P=V_1I_1\cos\theta_1+V_2I_2\cos\theta_2$ [W]

図 10　非正弦波交流の電力

それで，この回路の消費電力 P[W] は，次のように表される。

$$\boldsymbol{P=V_1I_1\cos\theta_1+V_2I_2\cos\theta_2} \tag{11}$$

(11) において，$V_1I_1\cos\theta_1$ は基本波の消費電力であり，$V_2I_2\cos\theta_2$ は高調波の消費電力である。一般に，回路における非正弦波交流の消費電力は，基本波の消費電力と各高調波の消費電力の和で表される。

問 12. 図 10 の回路が，抵抗 R だけの回路であって，$R=100$ [Ω] であり，加えられる非正弦波交流電圧 v [V] が，$v=v_1+v_3=100\sqrt{2}\sin\omega t+10\sqrt{2}\sin 3\omega t$ であるという。次の問いに答えよ。

(1) 回路に流れる非正弦波交流 i を求めよ。

(2) 回路で消費される電力を求めよ。

(3) 等 価 正 弦 波

図 11 (a) のように，鉄心入りコイルに交流を流すと，鉄心では，ヒステリシス特性のため，わずかながら電力を消費し，電流 i [A] の波形は図 (b) のようにひずむ。図 (b) は，加える電圧 v [V]，電流 i [A]，鉄心の磁束 ϕ [Wb] を示す。

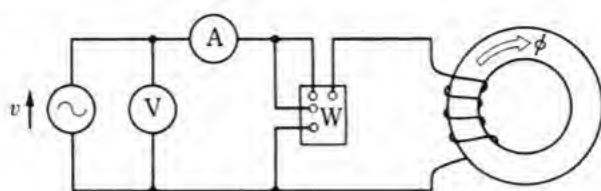
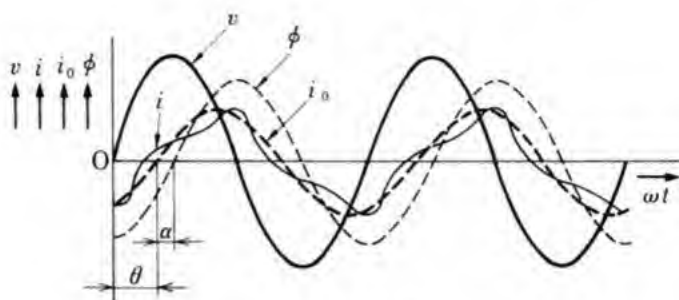
消費する電力 P [W] を求めるとき，電流 i [A] の基本波や高調波を調べ，(11)を利用する必要がある。しかし，ひずみが小さい場

(a) 鉄心入りコイルの電力測定回路

(b) 波　形

図 11　等価正弦波

合には，図(b)に示す i [A] の代わりに，i_0 [A] の正弦波電流が流れているものと考えて取り扱う方法がある。この i_0 [A] を**等価正弦波電流** (equivalent sine wave current) という。

等価正弦波は，i [A] の実効値と等しい実効値をもち，vi [W] の電力と vi_0 [W] の電力が等しくなるような波形である。

等価正弦波電流 i_0 [A] は，磁束 ϕ [Wb] より α だけ位相が進み，電圧 v [V] より θ だけ位相が遅れる波形となる。

この θ は，鉄心入りコイルの力率角と考えることができる。図11(a)において，コイルに抵抗がほとんどないものとすると，電圧計Vの指示 V [V]，電流計Aの指示 I [A]，電力計Wの指示 P [W] から，θ は次の関係によって求めることができる。

$$\cos\theta = \frac{P}{VI} \tag{12}$$

問 13.　図11(b)において，位相差 α が0でないのはなぜか。また，等価正弦波電流 i_0 が磁束 ϕ より位相が進んでいるのはなぜか。

問 14. 図 11 (a) において，電圧計の読み V が 100 [V]，電流計の読み I が 0.197 [A]，電力計の読み P が 3.8 [W] であった。コイルに抵抗がなく，測定回路に測定誤差がないものとして，θ および α を求めよ。

(4) 三相回路の非正弦波

図 12 (a) のように，三つの変圧器の一次側を Y 結線にして三相電圧を加え，線間電圧 $\dot{V}_{ab}$ [V] と，相電圧 $\dot{V}_a$ [V] の波形を調べると，図 (c) のように，線間電圧は正弦波交流であるのに，相電圧は非正弦波交流になっている。

非正弦波が現れるのは，変圧器の鉄心のヒステリシス特性のためであり，相電圧がひずんでいて，線間電圧がひずんでいないのは，相電圧の非正弦波の成分，例えば，$\dot{V}_a$ の非正弦波の成分と，$\dot{V}_b$ の非正弦波の成分とが互いに打ち消し合っているからであると考えられる。

相電圧に現れる非正弦波の成分を調べると，第 3 調波を多く含んでいることがわかる。a 相，b 相，c 相の各電圧の基本波 v_{a1}，v_{b1}，v_{c1}

図 12　単巻変圧器の線間電圧と相電圧の測定実験の例

(a) 測定回路

V_1 [V]	50	60	70	80	90	100
V_2 [V]	85	100	114	128	142	155
V_2/V_1	1.70	1.67	1.63	1.60	1.58	1.55

(b) 測定値

(c) 波　形

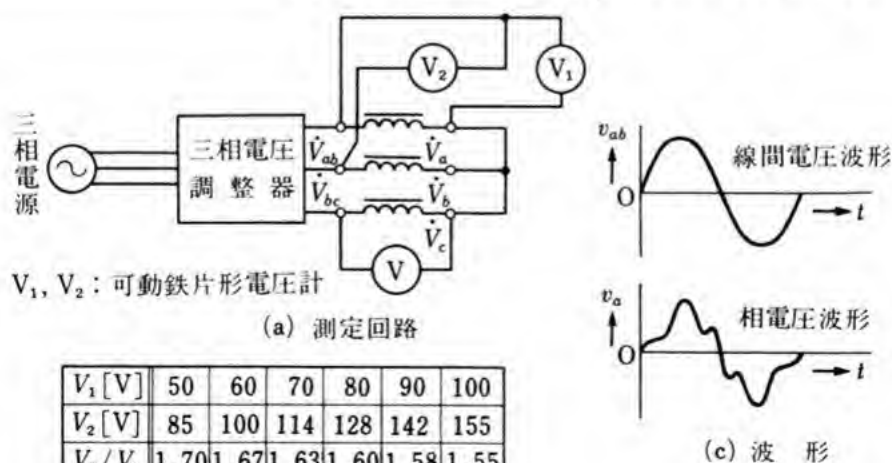
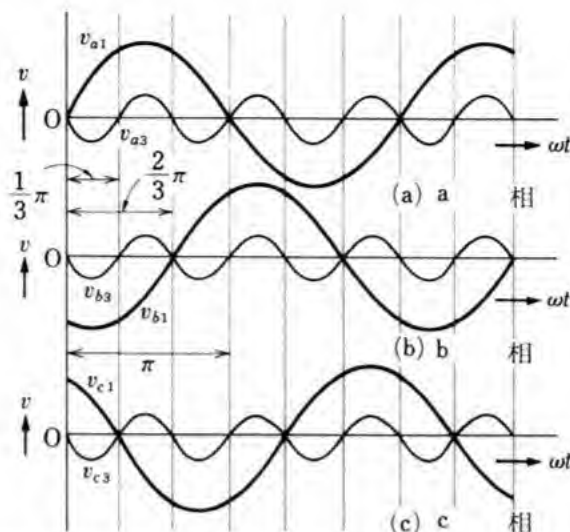



図 13　基本波と第3調波の位相関係

と，第3調波 v_{a3}, v_{b3}, v_{c3} との位相関係を図示すると，図13のように，基本波では $\frac{2}{3}\pi$ [rad] ずつ位相がずれているが，第3調波では同相である。

問 15． 図12(b)において，試験電圧が大きくなるほど $\frac{V_2}{V_1}$ の値が $\sqrt{3}=1.73$ から離れていくのはなぜか。

問 16． 鉄心入りコイルでは，発生電圧が正弦波であれば，電流に高調波が現れ，電流が正弦波であれば，電圧に高調波が現れる。なぜか。

問　　題

1． 方形波の基本波と第 $2n-1$ 調波の振幅の比は，どのように表されるか。

2． 次のように表される非正弦波交流電圧の波形をかけ。また，その実効値とひずみ率を求めよ。

$$v=10\sqrt{2}\sin\omega t+\frac{10}{3}\sqrt{2}\sin 3\omega t+2\sqrt{2}\sin 5\omega t\ [\mathrm{V}]$$

3． 鉄心入りコイルに正弦波交流電圧を加えるとき，流れる電流の高調波の大きさは，第何調波が最も大きいか。

4． 方形波は，どのような高調波成分を含んでいるか。

2 過渡現象

この節の目標　直流回路では，つねに，一定の電流が流れていると考えてきたが，回路中にインダクタンスや静電容量があると，スイッチを入れた瞬間の電流と，しばらくたってからの電流とでは，かなり違っている。

今まで取り扱った現象では，直流の電圧，電流とか，交流で一定の変化を繰り返して回路が一定の状態を保っている。この回路の状態を**定常状態**（stationary state）という。ある定常状態から，他の定常状態に移る間の現象について調べる。

1．*RC* 回路の過渡現象

コンデンサは，エネルギーを蓄積する性質をもつ素子である。これを含む回路の状態の変化は，連続的であり，一定の定常状態から次の定常状態にある時間をかけて移る。この時間を**過渡期間**（transient time）といい，この間は，回路は過渡状態にあるといい，この間に現れる現象を**過渡現象**（transient phenomena）という。

電流値，電圧値など回路の状態を表す変数を回路変数という。初めの定常状態の回路変数を**初期値**（initial value），次の定常状態の回路変数を**定常値**（steady value）または**最終値**（final value）という。

（1） *RC* 直列回路の過渡現象

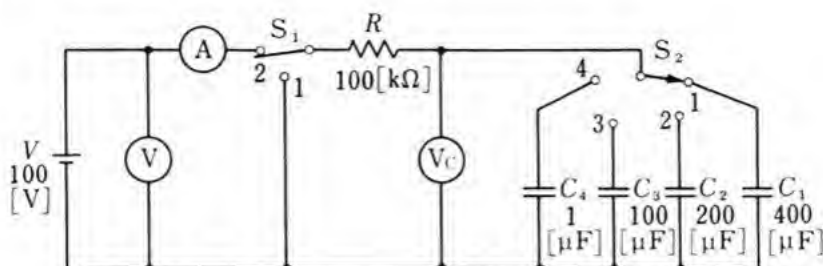
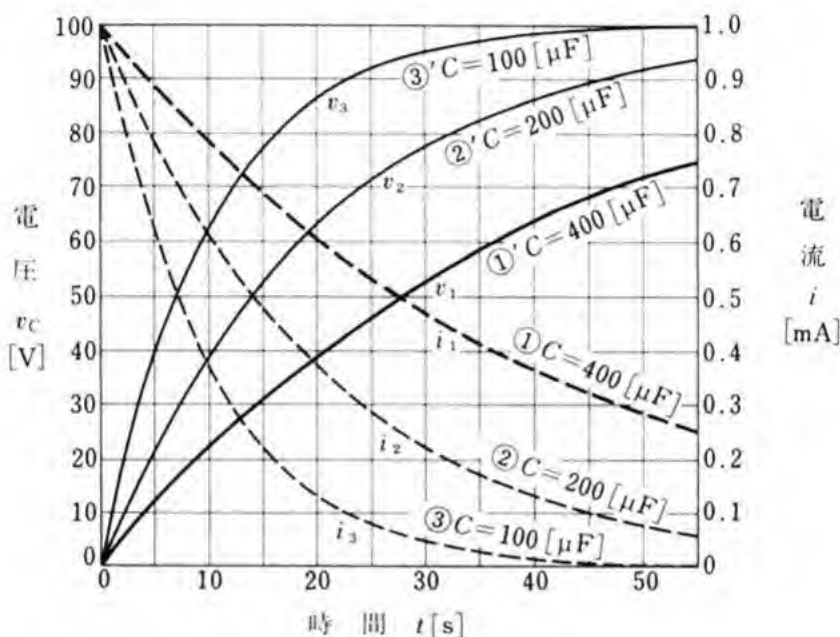
RC 直列回路に直流電圧 V[V] を加えたとき，抵抗 R[Ω] に流れる電流 i[A] と，コンデンサ C[F] の両端の電圧 v_C[V] を，図1(a)の回路で調べてみる。

(a) *RC* 直列回路

(b) 過渡特性

図 1　*RC* 直列回路の直流過渡特性実験の例

図1(a)において，電源電圧Vを100 [V] にし，スイッチS_2を1側にすると，$R=100$ [kΩ]，$C=C_1=400$ [μF] となる。この状態でスイッチS_1を2側へ倒して，i [A] とv_C [V] との大きさを時間の経過に従って調べると，図(b)の①，①′のように変化する。

この図から，まず電流iは，最初$i=\dfrac{V}{R}=\dfrac{100\ [\mathrm{V}]}{100\ [\mathrm{k\Omega}]}=1$ [mA] 流れ，しだいに減少していき，ついに0 [mA] になる。電流iの初期値は1 [mA] であり，定常値は0 [mA] である。

次に，コンデンサの電圧v_C [V] は，電流i [A] の変化に応じて

コンデンサに電荷が蓄えられ，0 [V] からしだいに増加し，電源電圧 $V=100$ [V] に近づく。v_C の初期値は 0 [V] であり，最終値は 100 [V] である。

図 1 (a) において，S_2 を 2, 3 と切り換え，C を 200 [μF], 100 [μF] と変化させると，i は，図 (b) の ②, ③ となり，v_C は，②′, ③′ となる。C の値を小さくすると，i, v_C とも早く定常状態に達する。$C=C_4=1$ [μF] の場合は，過渡現象が早く終わってしまい，図 1 (b) のグラフ上には，かけない。

問 1. 図 1 (a) において，電源電圧 V を 150 [V] にすると，電流 i と，電圧 v_C の初期値は，それぞれいくらか。

問 2. 図 1 (a) において，スイッチ S_1 を 1 側に倒したとき，コンデンサの電圧 v_C は，どのような過程をたどって減少していくか説明せよ。

問 3. 図 1 (b) の ① の曲線において，次の問いに答えよ。

(1) $t=0$ から $t=5$ [s] の間に移動した電荷 Q はいくらか。

(2) その電荷が 400 [μF] のコンデンサに蓄えられるとすると，v_C の電圧は何ボルトになるか。

(3) (2) の値は，図 1 (b) の ① のグラフ上のどの点で表されるか。

(2) 充電電流特性

図 1 (b) の ② の電流-時間特性曲線をかき直したものが，図 2 である。この曲線は，指数関数曲線であって，次のように表される*。

$$i=\frac{V}{R}\varepsilon^{-\frac{t}{CR}}=I\varepsilon^{-\frac{t}{T}} \qquad (2)$$

---

* 図 1 (a) の RC 直列回路では，次の関係がなりたつ。

$$Ri+\frac{1}{C}\int_0^\infty i dt=V \qquad (1)$$

(抵抗の電圧)＋(コンデンサの電圧)＝(電源電圧)

初期条件 $t=0$ のとき $i=I=\frac{V}{R}$ とし，$t=\infty$ のとき $i=0$ としてこの方程式を解くと，(2) が得られる。

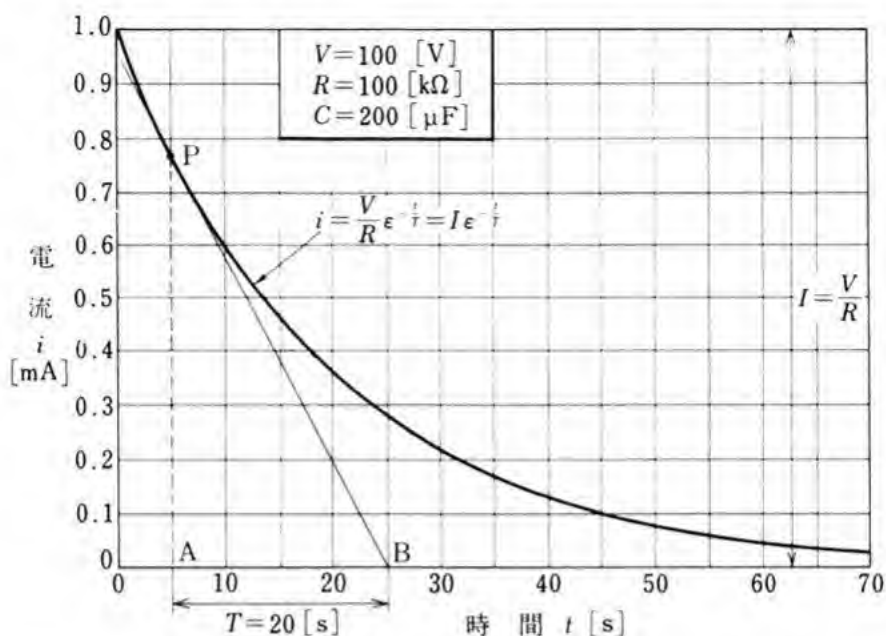



図 2 **RC 直列回路の時定数**

表 1 x に対する ε^{-x} の値

x	ε^{-x}	x	ε^{-x}	x	ε^{-x}
0	1.000	0.5	0.607	2.5	0.082
0.05	0.951	0.6	0.549	3.0	0.050
0.10	0.905	0.7	0.497	3.5	0.030
0.15	0.861	0.8	0.449	4.0	0.018
0.20	0.819	0.9	0.407	4.5	0.011
0.25	0.779	1.0	0.368	5.0	0.007
0.30	0.741	1.25	0.287	6.0	0.002
0.35	0.705	1.50	0.223	7.0	0.001
0.40	0.670	1.75	0.174	8.0	0.000 3
0.45	0.638	2.0	0.135	9.0	0.000 1

(2)で，ε は自然対数の底であり，約 2.718 である。また，$\varepsilon^{-\frac{t}{T}}$ は，$\frac{t}{T}$ すなわち x の値が変化すると，表1に示すように変化する値である。ここで，図2の曲線上の任意の点Pにおいて接線を引き，図2の点Bを求めると，T は AB の時間間隔で示される。

この定数Tは，過渡状態における現象の変化の速さを表す目安になり，一般に**時定数**(じていすう)* (time constant) とよばれる。R [Ω]，C [F] からなる回路の時定数 T [s] は，次のように表される。

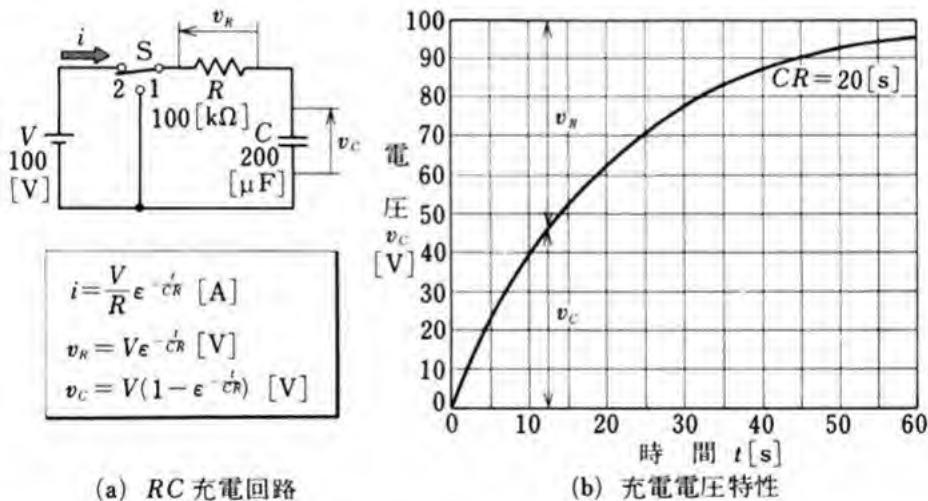
$$T=CR \qquad (3)^{**}$$

図2では，AB=20 [s] であり，R=100 [kΩ]，C=200 [μF] であるから，$T=CR$=200 [μF]×100 [kΩ]=20 [F·Ω]=20 [s] となり，図と計算値が一致する。

なお，$t=0$ から T 秒後の電流を考えてみると，$i=I\varepsilon^{-\frac{t}{T}}=I\varepsilon^{-1}=\dfrac{I}{\varepsilon}=\dfrac{I}{2.718}=0.368I$ となり，初期値の 36.8 [%] となる。図2において，t=20 [s] の点では，約 37 [%] になっている。

図 3　*RC* 直列回路の充電電圧特性実験の例

(a) *RC* 充電回路　　(b) 充電電圧特性

---

* (2) から考えると，$t=\infty$ のとき $i=0$ になるから，過渡現象が終わるには時間が無限にかかる。しかし，実際には，電流 i [A] が初期値 I の 1 [%] になれば，過渡現象は終わったものと考えてよい。この値は，時定数 T [s] に比例する。

** 任意の時刻 t_1 における電流曲線上の点を P とする。点 P の接線の傾きは

$$|傾き|_{t_1}=\frac{\mathrm{PA}}{\mathrm{AB}} \quad ゆえに \quad \mathrm{AB}=\frac{\mathrm{PA}}{|傾き|_{t_1}}=\frac{\frac{V}{R}\varepsilon^{-\frac{t_1}{CR}}}{\frac{V}{R}\cdot\frac{1}{CR}\varepsilon^{-\frac{t_1}{CR}}}=CR=T$$

時定数は，任意の時刻においても，常に，CR[s] で一定である。

問 4. 表1を利用して，$y=\varepsilon^{-x}$ の曲線をかけ。

問 5. 表1を利用して，$i=10\varepsilon^{-\frac{t}{10}}$ [mA] の曲線をかけ。この場合の時定数 T はいくらか。また，i の初期値，最終値，および $t=T$ [s] における値はいくらか。

問 6. 図1(b)の②，③の時定数を図から求めよ。また，これらの場合の時定数を，回路定数の CR から求めて比較せよ。

（3） 充電電圧特性

図3(a)の回路において，スイッチSを2側に倒すとき，流れる電流は $i=\frac{V}{R}\varepsilon^{-\frac{t}{CR}}$ [A] であるから，抵抗の両端の電圧 v_R [V] は，次のように表される。

$$v_R=Ri=R\cdot\frac{V}{R}\varepsilon^{-\frac{t}{CR}}=V\varepsilon^{-\frac{t}{CR}} \qquad (4)$$

一方，コンデンサの両端の電圧 v_C [V] は，電源電圧 V [V] と，抵抗の両端の電圧 v_R [V] との差であり，次のように表される。

$$v_C=V-v_R=V-V\varepsilon^{-\frac{t}{CR}}=V(1-\varepsilon^{-\frac{t}{CR}}) \qquad (5)$$

なお，（5）において，第1項の V は，定常状態における電圧の値を示し，第2項の $V\varepsilon^{-\frac{t}{CR}}$ は，過渡状態に現れる電圧を示す。第1項を**定常項**(steady-state term)といい，第2項を**過渡項**(transient term)という。

問 7. 図1(b)の①′，②′，③′の曲線で表される電圧を（5）にならって表せ。

問 8. （2）の等式では，過渡項と定常項は，どのように考えればよいか。

問 9. 図3(a)において，まずスイッチSを2側に倒し，コンデンサ C を電源電圧 V [V] まで充電し，その後，スイッチSを1側に倒した。このときの放電電流 i [A]，およびコンデンサ C の電圧 v_C [V]は，次

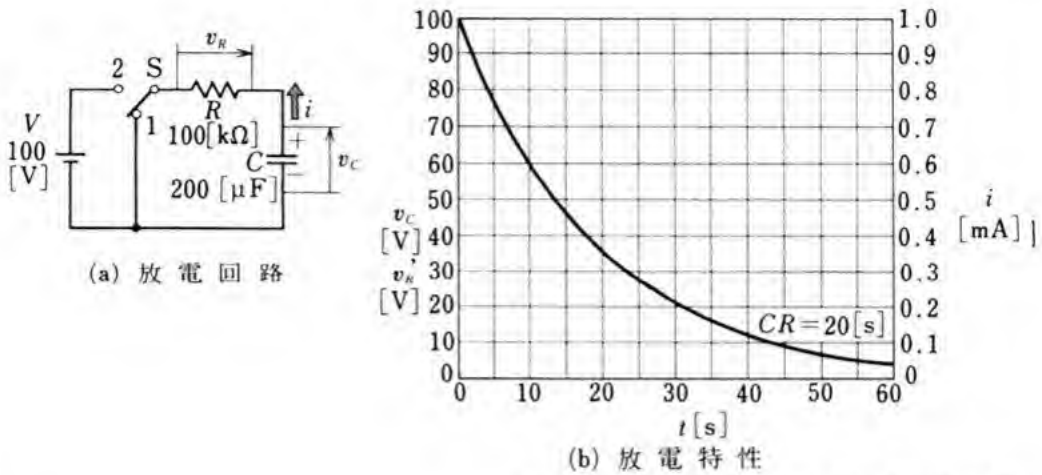



図 4 RC 直列回路の放電特性実験の例

のように表される。

$$i=\frac{V}{R}\varepsilon^{-\frac{t}{CR}},\qquad v_C=V\varepsilon^{-\frac{t}{CR}} \qquad (6)$$

次の問いに答えよ。

(1) 最初スイッチSを2側に倒したとき，抵抗 R を流れる充電電流の向きと，次にスイッチSを1側に倒したときに流れる放電電流の向きとは同じか，違うか。

(2) 放電時において，電圧 v_R は，v_C とどのような関係にあるか。

(3) v_R はどのように表されるか。

(4) 図4(a)の場合の v_R, v_C, i の放電特性を，(6)の関係，および図3(b)をもとにして図示したのが，図4(b)である。v_R, v_C, i の値を一つの曲線でかくためには，どんな条件が必要か。

2. RL 回路の過渡現象

抵抗 R[Ω] とインダクタンス L[H] の直列回路に直流電圧 V[V] を加えると，急激に電流が増加するので，L に電圧が発生し，過渡現象が生じる。ここでは，この場合の現象を調べる。

(a) RL 直列回路　　(b) 電流の過渡特性

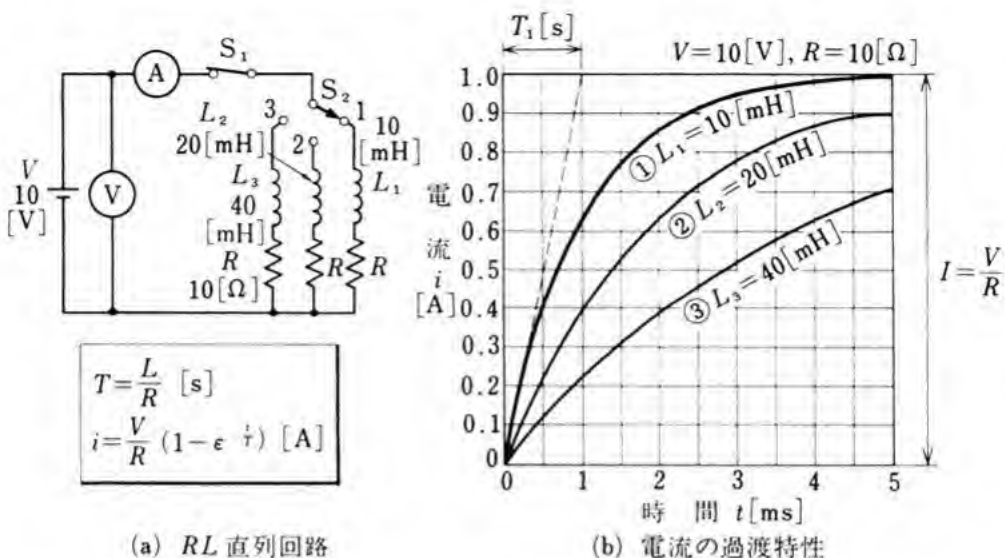



図 5　RL 直列回路の直流過渡特性実験の例

(1) RL 直列回路の過渡現象

図 5 (a) において，L_1, L_2, L_3 は 10 [mH]，20 [mH]，40 [mH] のコイルであって，その抵抗値はすべて 10 [Ω] である。スイッチ S_2 を 1 側に倒し，スイッチ S_1 を入れた場合，電流 i のグラフは，図 (b) の ① である。これから，5 [ms] 以上の時間がたてば，直流回路のオームの法則に従う電流 $I=\dfrac{V}{R}=\dfrac{10\,[\mathrm{V}]}{10\,[\Omega]}=1\,[\mathrm{A}]$ にほとんど近い電流が流れる。しかし，その間の過渡期間には，電流の増加があるので，インダクタンス L には，レンツの法則に従って，その電流の増加を妨げるような電圧が発生する。それで，図 5 (b) のように，電流が定常値に達するのに，時間がかかることになる。

インダクタンスが大きいほど，電流の増加を妨げる電圧は大きく，定常状態に達するのに時間がかかる。図 (b) の ② は，インダクタンス 20 [mH]，③ は，インダクタンス 40 [mH] の場合の過渡特性曲線を示す。

問 10.　図 5 の回路が，定常状態に近いとき，コイルにはほとんど電圧

が発生しないのはなぜか。また，①の特性において，$t=2$ [ms] のとき，コイルに発生する電圧はいくらか。

問 11. 図5(a)の回路で，コイルの抵抗が 100 [Ω] であれば，電流の初期値および最終値はいくらか。

(2) *RL* 直列回路の電流特性

図5(b)の曲線は，次のように表される。

$$i=\frac{V}{R}(1-\varepsilon^{-\frac{R}{L}t}) \quad (7)^{*}$$

ここで，T [s] を時定数とすれば，次のように表される。

$$T=\frac{L}{R} \quad (9)$$

したがって，

$$i=\frac{V}{R}(1-\varepsilon^{-\frac{t}{T}}) \quad (10)$$

が得られる。

〔例〕 図5(b)の①の場合，$L_1=10$ [mH]，$R=10$ [Ω] であり，時定数 T_1 は，$T_1=\frac{10\,[\mathrm{mH}]}{10\,[\Omega]}=1$ [ms] である。この値は，図5(b)の T_1 の値と一致する。

問 12. C [F]×R [Ω]，$\frac{L\,[\mathrm{H}]}{R\,[\Omega]}$ のそれぞれの単位が，時間の単位 [s] と同じであることを説明せよ。

問 13. 図5(a)の L_2, L_3 のコイルの時定数はいくらか。また，図(b)の

* 図5(a)において，次の関係がなりたつ。

$$L\frac{di}{dt}+Ri=V \quad (8)$$

(コイルの電圧)+(抵抗の電圧)=(電源電圧)

初期条件 $t=0$ のとき $i=0$ とし，$t=\infty$ のとき $i=\frac{V}{R}$ としてこの方程式を解くと，(7) が得られる。

②, ③ の特性曲線から，それらの時定数を求めて比べてみよ。

問 14.　時定数が大きいコイルとはどんなコイルか。また，それを作るには，どんな工夫が必要か。

問 15.　図 5 (a) の回路で，$R=10$ [Ω]，$L=80$ [mH]，$V=100$ [V] であるとき，電流 i はどのように表されるか。また，図 (b) のような電流 i の過渡特性の曲線をかけ。

問 16.　図 5 (a) の回路で，入れていたスイッチ S_1 を切ると，どんな現象が生じるか。

問　　題

1.　1 [MΩ] の抵抗と 1 [μF] のコンデンサからなる直列回路の時定数はいくらか。

2.　抵抗 2 [Ω]，インダクタンス 200 [mH] のコイルの時定数 $\left(\frac{L}{R}\right)$ はいくらか。

3 パ ル ス

この節の目標　電子計算機・テレビジョン受信機・レーダなどでは，パルス・のこぎり波などとよばれる波形の電圧や電流が利用される。パルスなどは，一種の非正弦波交流であると考えられるし，また過渡現象を利用した波形であると考えることもできる。この節では，パルスの性質とその取り扱いを，二，三の例について学ぶ。

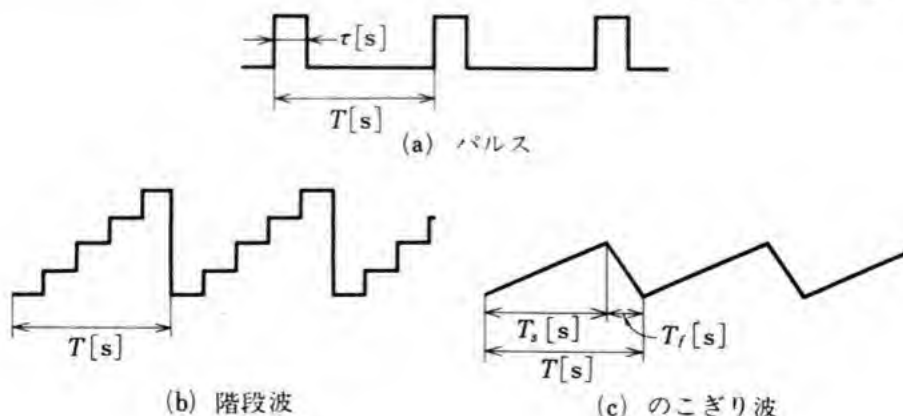
1. いろいろな波形

実際に使われている波形には，図1のようにいろいろなものがある。図(a)は，一定の時間幅（τ [s]）の間に，一定の大きさの直流電圧が T[s] ごとに現れるような波で，これを**パルス**（pulse）という。τ を**パルス幅**(pulse width)，T を**周期**（period），$\frac{1}{T}$を**周波数**(frequency)，$\frac{\tau}{T}$ を**衝撃係数**（duty cycle）という。

図(b)は，次々と階段的に電圧が高くなり，一定時間すなわち周期 T 秒後に，もとにもどるような電圧で，**階段波**（step function）と

図 1　いろいろな波形

(a) パルス

(b) 階段波

(c) のこぎり波

よばれる。

図(c)は，電圧が直線的に増加し，T 秒後にもとの状態にもどるような波形である。この波は**のこぎり波** (saw tooth wave) とよばれ，T_s は **掃引時間** (sweep time)，T_f は**帰線時間** (fly-back time) とよばれる。

問 1.　パルス幅が 1 [μs]，周期が 100 [μs] のパルスがある。このパルスの周波数と衝撃係数を求めよ。

問 2.　T_s=1 [ms]，T_f=100 [μs] ののこぎり波がある。この波形の周期と周波数を求めよ。

問 3.　図1の各波形は，どんなところで利用されているか調べよ。

問 4.　図2の回路で，スイッチSを5秒間入れては45秒間切るという操作を繰り返している。抵抗の両端に発生する電圧の波形を図示し，パルスの周期・周波数・衝撃係数を求めよ。

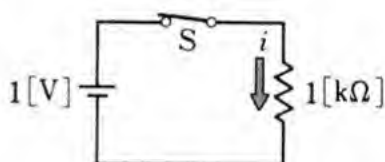



図 2

2.　微分回路と積分回路

パルスを取り扱う回路では，微分回路や積分回路とよばれる回路が多く使われる。ここでは，これらの回路について調べる。

(1)　微 分 回 路

図3(a)の RC 直列回路において，端子 a, b を入力端子，端子 c, d を出力端子と考える。スイッチ S を τ 秒間2側に倒し，次に，$(T-\tau)$ 秒間1側に倒す。これを繰り返すと，入力電圧 v_i [V] は，図(b)の(ア)で示される。

図(b)の(ア)の A から B までの時間には，抵抗 R [Ω] には充電電流が流れ，B から C までの時間には，放電電流が流れる。し

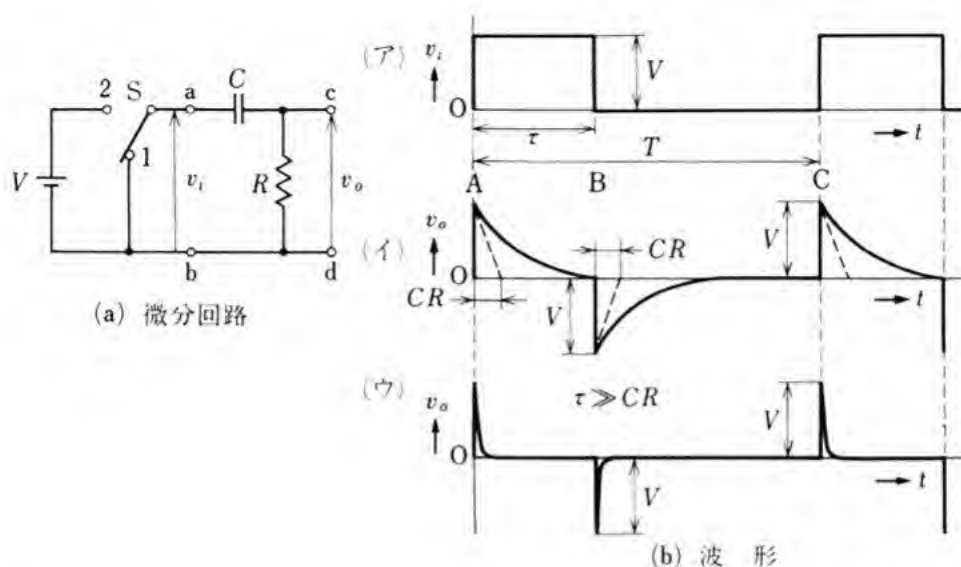



図 3　微分回路の働き

たがって，出力電圧 v_o [V] は，図 (b) の (イ) で示される。これらの場合，時定数 CR の値によって，波形の広がりが違う。

もし，時定数 CR [s] の値を，τ [s] よりはるかに小さくとると，v_o は，図 (b) の (ウ) で示される。この場合，図 (ア) と図 (ウ) を比較するとわかるように，入力電圧 v_i [V] に変化があるときだけ，出力側に電圧が現れる。このような回路を**微分回路** (differentiation circuit) という*。

問 5. 図 3 (a) の回路で，スイッチ S を 2 から 1 に切り換えないで，2 を入れるか切るかだけにすると，出力電圧 v_o はどうなるか。

問 6. $\tau=100$ [μs]，$T=200$ [ms] である。$CR=20$ [μs] の場合と，$CR=5$ [μs] の場合との出力電圧波形を図示せよ。

* 図 3 (a) で，$CR \ll \tau$ のとき，入力電圧 v_i は

$$v_i=Ri+\frac{q}{C}=\frac{1}{C}(RCi+q)\fallingdotseq\frac{q}{C} \qquad \text{電流 } i \text{ は } \frac{dq}{dt}\fallingdotseq C\frac{dv_i}{dt}$$

出力電圧 v_o は，$v_o=Ri\fallingdotseq CR\dfrac{dv_i}{dt}$ と表される。すなわち，出力電圧 v_o は，入力電圧 v_i を，時間に関して微分して定数を乗じたものにほとんど等しい。微分回路という名称はこのことに由来する。

問 7.　図3(b)の(ウ)の場合，点Aでは正のパルスができ，点Bでは負のパルスができるのはなぜか。

(2)　積分回路

表 1　指数関数表

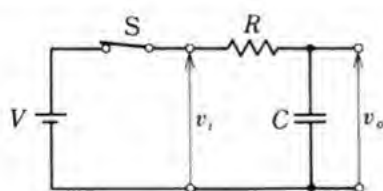
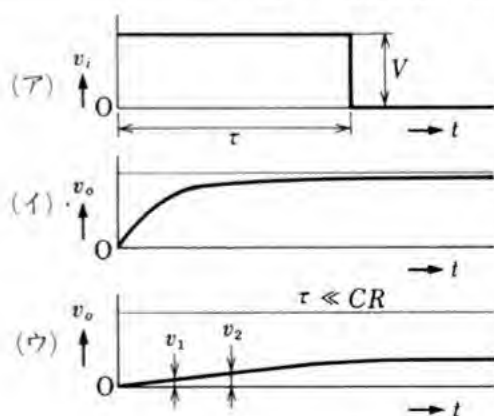
x	ε^{-x}	$1-\varepsilon^{-x}$
0.00	1.000	0.000
0.01	0.990	0.010
0.02	0.980	0.020
0.03	0.970	0.030
0.04	0.961	0.039
0.05	0.951	0.049
0.06	0.942	0.058
0.07	0.932	0.068
0.08	0.923	0.077
0.09	0.914	0.086
0.10	0.905	0.095

図4(a)の回路で，スイッチSをτ秒間入れて，切ると，入力電圧v_i[V]は，図(b)の(ア)のように表すことができる。このとき，出力電圧v_o[V]は，図(b)の(イ)で示される。

この場合の時定数CR[s]を，パルス幅τ[s]よりはるかに大きくとると，v_oの電圧は，図(b)の(ウ)のように，時間tに比例して増加する。このことは，表1の指数関数表から理解できる。

したがって，出力電圧v_oは，(入力電圧v_i)×(時間t)に比例する。このような回路を**積分回路**(integration circuit)という*。

問 8.　図4(a)の回路で，$CR \gg \tau$のとき，図(ウ)の斜線が直線になること

図 4　積分回路の働き

(a) 積分回路

(b) 波　形

を表1をもとにして簡潔に説明せよ。

問 9. 図4(a)の回路で，$\tau=10$ [μs]，$CR=1$ [ms]，$V=10$ [V] とするとき，図4(ウ)の電圧‐時間特性をかけ。

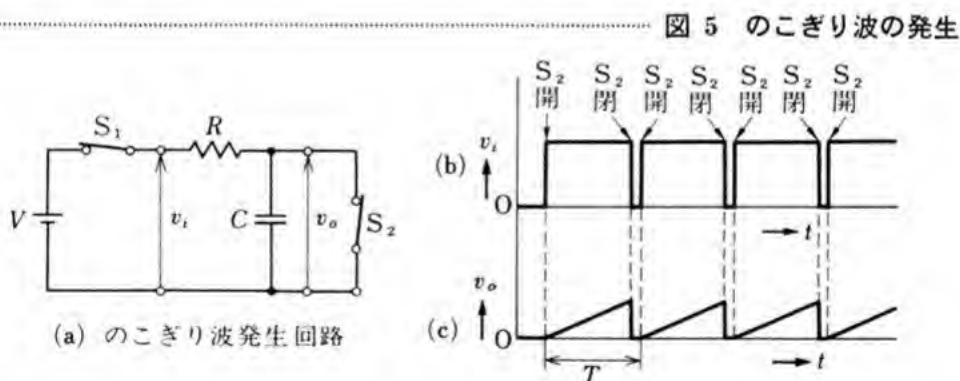
3. のこぎり波発生回路

図5(a)の回路で，最初スイッチS_1を入れておく。次に，図(b)のように，T秒後にスイッチS_2を入れてすぐ切り，さらにT秒後にS_2を入れてすぐ切るという操作を繰り返す。ただし，$CR \gg T$とする。

この場合，S_2を切っているときは，出力電圧v_o [V] は時間の経過に伴って増加し，S_2を入れるとv_oは0 [V] になる。それで，v_oは図(c)ののこぎり波になる。のこぎり波の電圧上昇曲線はほとんど直線になる。

図 5　のこぎり波の発生

(a) のこぎり波発生回路

---

* （前ページの注）図4(a)で，$CR \gg \tau$ のとき，入力電圧v_iは

$$v_i = Ri + \frac{q}{C} = R\left(i + \frac{q}{RC}\right) \fallingdotseq Ri = R\frac{dq}{dt}$$

ゆえに　$q \fallingdotseq \dfrac{1}{R}\displaystyle\int_0^{\tau} v_i dt$　　出力電圧v_oは，$\dfrac{q}{C} \fallingdotseq \dfrac{1}{RC}\displaystyle\int_0^{T} v_i dt$

と表される。すなわち，出力電圧v_oは，入力電圧v_iを時間tで積分して定数を乗じたものにほとんど等しい。積分回路という名称はこのことに由来する。

問 10. 図5(a)の回路で，$CR=T$ であれば，図(c)はどのような曲線になるか。

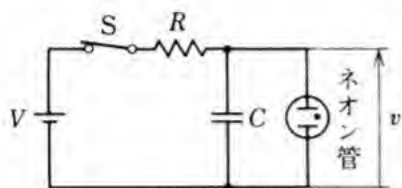
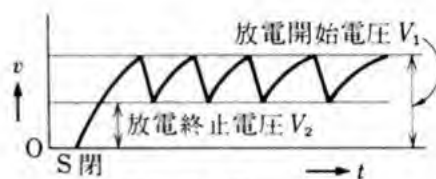
問 11. V_1 [V] の電圧を加えると放電を開始し，電圧が下がっても V_2 [V] までは放電を続けるネオン管がある。図6(a)のように，このネオン管をコンデンサ C に並列に接続すると，図(b)のようなのこぎり波を発生するという。その発生の原理を説明せよ。

(a) 回　路　　(b) 波　形

図 6

問　　題

1. パルスの衝撃係数とは何か。

2. 微分回路において，時定数 CR はパルス幅 τ に比べてどのように決めるか。

3. 積分回路において，時定数 CR はパルス幅 τ に比べてどのように決めるか。

4. のこぎり波を作る方法の一例を示せ。

章末問題

1． $v=10\sin 1000\pi t+2\sin 2000\pi t+0.5\sin 3000\pi t$ [V] の電圧について，次の問いに答えよ。

(1) 基本波の実効値はいくらか。

(2) 第2調波および第3調波の実効値はいくらか。

(3) 非正弦波全体の実効値はいくらか。

(4) 基本波および第2調波の周波数はいくらか。

(5) ひずみ率はいくらか。

2． 前問と同じ電圧のもとに，$i=10\sin\left(1000\pi t+\frac{\pi}{3}\right)+5\sin 2000\pi t+0.4\sin\left(3000\pi t+\frac{\pi}{6}\right)$ [mA] の電流が流れている。次の問いに答えよ。

(1) 非正弦波電流の実効値はいくらか。

(2) 第2調波および第3調波の実効値はいくらか。

(3) 非正弦波交流の消費電力はいくらか。

3． 等価正弦波はどんなときに使われるか。また，その利点は何か。

4． RL 直列回路に直流電圧を加えたときの電流－時間特性のあらましをかいてみよ。

5． RC 直列回路に直流電圧を加えたときの電流－時間特性のあらましをかいてみよ。

6． RL 直列回路を流れる電流が $i=\frac{V}{R}(1-\varepsilon^{-\frac{t}{\tau}})$[A] で表されるとき，$v_R$ はどのように表されるか。また，v_L はどのように表されるか。

7． R だけの回路，RL 直列回路，RC 直列回路に，直流電圧を加えるときの過渡現象の生じ方には，それぞれどんな違いがあるか。

8． RC 直列回路で，微分回路や積分回路を作ることができるが，RL 直列回路ではどうか。その回路をかいてみよ。

9． $\tau=\frac{T}{2}$ のパルス波と方形波はどこが違うか。

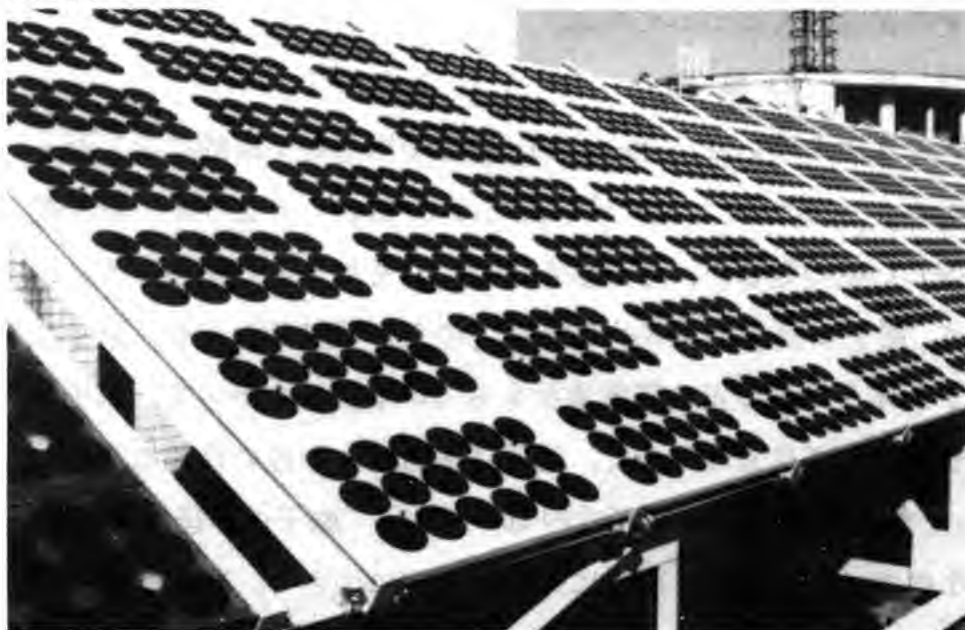
10． パルス回路のことを波形変換回路ということがある。その理由を考えよ。

第8章 半導体素子と回路

1948年〔昭和23年〕にトランジスタが発明されて以来，いろいろな半導体素子が，次々に作り出されてきた。

テレビジョン受信機・洗たく機・クーラなどの家庭電化製品を初め，工場の電気機器設備・化学工業施設など，多方面にわたって半導体素子が使われている。また，資源の乏しい我が国では，将来電力源としての太陽光の利用が考えられるが，これにも太陽電池などの半導体素子が必要になる。

ここでは，半導体素子の心臓ともいうべきダイオード・トランジスタおよびこれらの集合体である集積回路を中心に，その機能と取り扱い方，ならびに，これらを使った基礎的な回路について学ぶ。

太 陽 電 池

半導体素子

この節の目標　ダイオード・トランジスタおよびこれらの集合体である集積回路などは，半導体からできていて，半導体素子とよばれる。これらには，整流作用・増幅作用・スイッチング作用などがあり，テレビジョン受信機や電子計算機などの電子機器に多く使われている。

ここではまず，半導体の電気的な性質について調べ，次に半導体素子の中から代表的なものを選んで，その構造・機能・用途などについて調べる。

1. 原子と電子

すべての物質は，水素・けい素など約100種の原子からできており，原子はさらに原子核と電子からできている。

ここでは，半導体の電気的な性質を理解するために，原子の構造や電子の働きなどについて学ぶ。

(1) 原子の構造

図1は水素とけい素（silicon: Si）の原子構造を平面的に示したものである。水素では1個，けい素では14個というように，原子番号に等しい数の電子が，原子核を中心に，そのまわりを回っている。そして，電子1個は約1.6×10^{-19}［C］の負の電気量をもち，原子核は電子全体と等量の正の電気量をもっている。したがって，原子核と電子全体の電気量は等しく，通常は電気的に中性の状態になっている。また，原子核の半径は約10^{-10}［m］，原子の半径は約10^{-6}［m］なので，原子核は，原子に比べて非常に小さく，数万分の1程

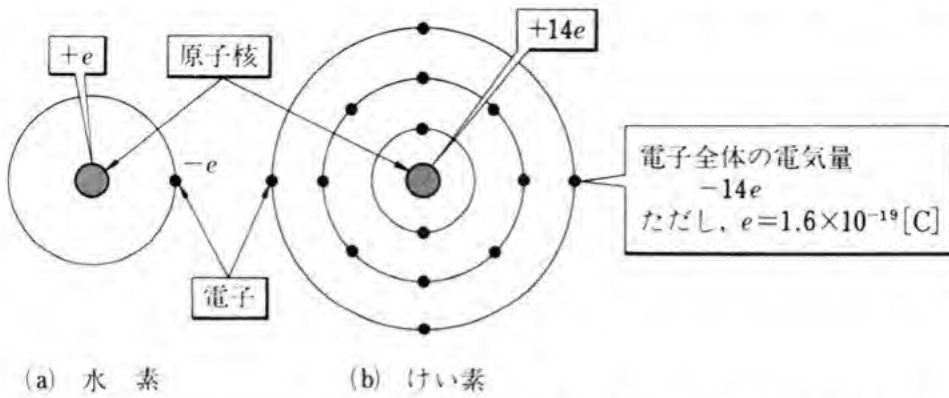



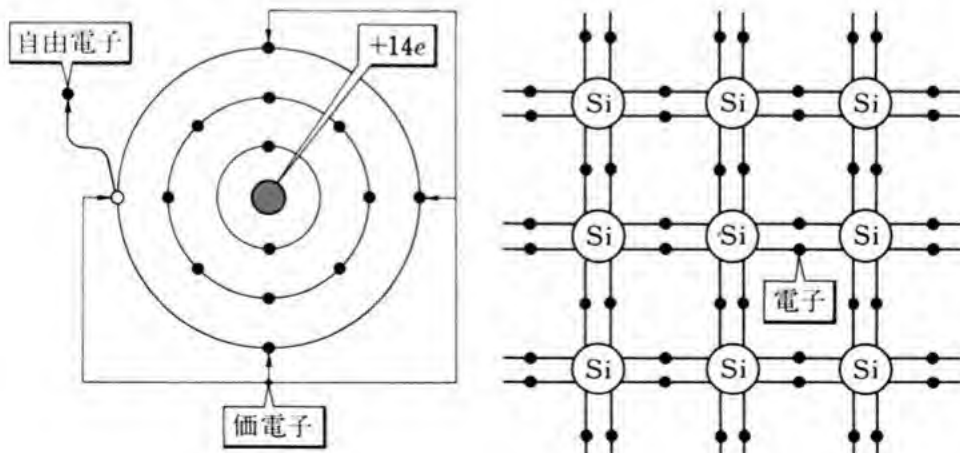
図 1　水素・けい素の原子構造と電気量

度である。

(2)　自由電子と正孔

電子は，電子殻(かく)とよばれるいくつかの層に分かれて存在する。殻に入り込める電子の最大数は，殻によって決まっており，内側の殻から満たされていく。図2のように，結合にあずかる最も外側の殻にある電子は**価電子** (valence electron) とよばれる。Si の場合，価電子は4個である。

この価電子は，原子核との引力が弱いので，図2のように，容易に殻から離れることができる。原子核の束縛から離れた価電子は，

図 2　Si 原子の価電子と自由電子　　**図 3　Si の結晶（単結晶）**

自由電子 (free electron) とよばれる。

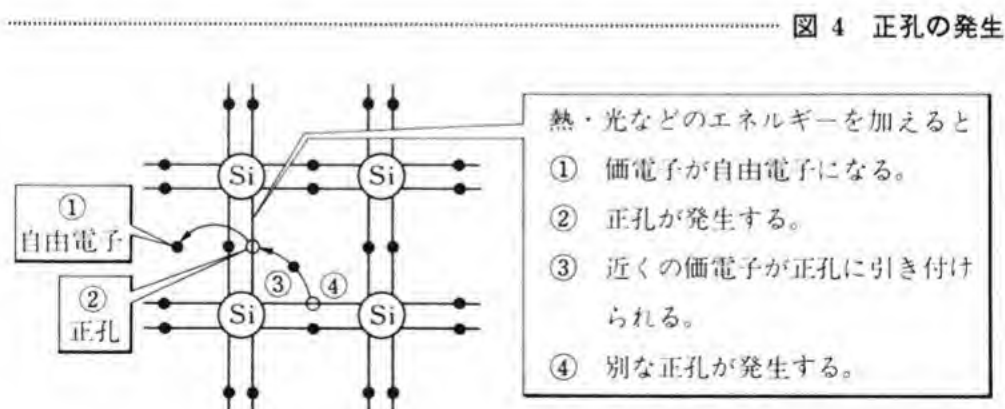
原子が規則正しく配列されている結晶を**単結晶** (single crystal) という。図3は, Si の単結晶を平面的に図示したものである。単結晶では, 各原子は, 図のように, 隣どうしの原子が価電子を1個ずつ出し合って, 互いに価電子を共有するような形で結合している。

ところが, 図4のように, この結晶に熱を加えたり, 光を当てたりすると, これらのエネルギーによって, 結晶中の価電子は, 原子核の束縛から離れて自由電子になる。

そこで, 価電子が自由電子になったあとの孔(あな)は, 負の電荷が抜けたのであるから, 正の電荷をもつものが発生したと考えて, **正孔** (hole) とよばれる。

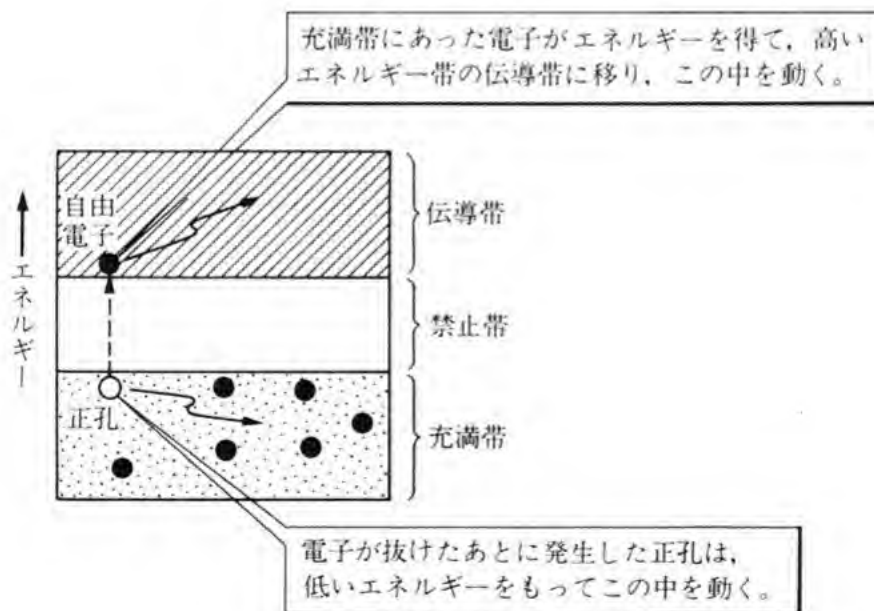
正孔が発生すると, 近くの価電子がその正孔に引き付けられ, その価電子が抜けた穴には別の正孔が発生する。その結果として, 正孔は図4の ② から ④ へ移動したと考えられる。

したがって, 自由電子は負の電荷を, 正孔は正の電荷を運ぶと考え, ともに**キャリヤ** (carrier) とよばれる。

図4 正孔の発生

キャリヤはエネルギーをもっており，そのようすは，図5に示すように，結晶内の電子のエネルギー分布を示した**エネルギー帯**（energy band）から知ることができる。

エネルギー帯は，エネルギーの低い順に，**充満帯**（filled band），**禁止帯**（forbidden band），**伝導帯**（conduction band）とよばれる段階的な一定の幅をもった三つの帯域からできている。充満帯は，価電子が存在する層に相当し，電子が完全に満たされており，禁止帯は，電子が入ることのできないところである。また，伝導帯は，充満帯にある電子がエネルギーを得ると，その電子が入ってくることができるところである。

したがって，キャリヤである自由電子と正孔では，自由電子の方が正孔より高いエネルギーをもつことがわかる。そして，自由電子は伝導帯の中を，正孔は充満帯の中を動き，これが電気伝導になる。

図 5　エネルギー帯とキャリヤの動き

2. 半　導　体

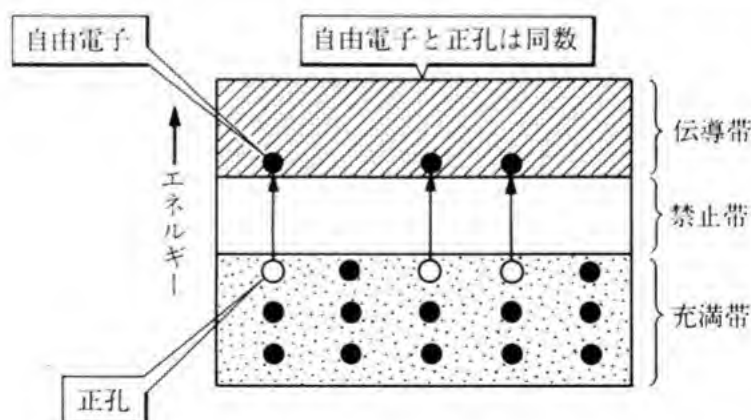
けい素やゲルマニウム (Ge) は半導体とよばれる。**半導体** (semiconductor) は，自由電子と正孔とによって電気を伝え，その導電性は，温度によって大きく変わるという特徴がある。また，導電率は不純物の混入によって，大幅に変化する。

ここでは，結晶中の不純物を取り除いた真性半導体と，結晶中に意図的に不純物を混入した不純物半導体について学ぶ。

(1) 真性半導体

半導体の結晶が高い純度をもつものを**真性半導体** (intrinsic semiconductor) という。Si や Ge の結晶の純度は，99.99… [%] と9が数多く続き，Si では9が12個* 以上並び，Ge では9が9個** 以上並ぶ。

図6は，真性半導体のエネルギー帯を示したものである。真性半導体では，充満帯のいくつかの電子が，常温でも熱エネルギーを受

図 6　真性半導体のエネルギー帯

* 9が12個並ぶので，twelve-nine とよばれる。
** 9が9個並ぶので，nine-nine とよばれる。

けて，禁止帯を飛び越えて伝導帯に移り，自由電子となる。そして，自由電子と同数の正孔が充満帯に発生している。

（2） 不純物半導体

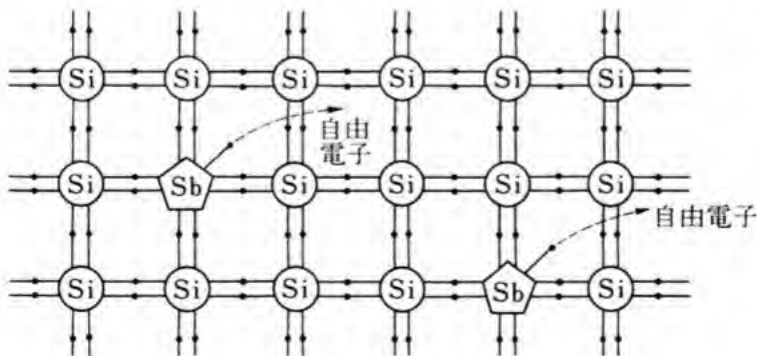
SiやGeの単結晶に，ごくわずかの不純物として，他の原子の個数を数百万分の1程度混ぜ合わせた半導体を**不純物半導体**（impurity semiconductor）という。

不純物半導体は，不純物原子の価電子の数によって，次に学ぶようなn形半導体になったり，p形半導体になったりする。

不純物半導体は，真性半導体に不純物原子が1個入ると電子や正孔を1個ずつ出すので，真性半導体よりも電子や正孔が増え，導電率が大きくなり，半導体素子として多く使われている。

n形半導体　例えば，Siの単結晶の中に，わずかなアンチモン（Sb）を不純物として混ぜ合わせたときのようすを図7に示す。

Siは価電子が4個であるのに対し，Sbは5個であるから，結合に関係のない価電子が1個余る。この価電子が自由電子となるので，全体のキャリヤは，正孔より自由電子の方が多くなる。このような半導体を**n形半導体***（n-type semiconductor）という。

図7 n形半導体

* n形のnはnegative（負）の頭文字をとったものである。

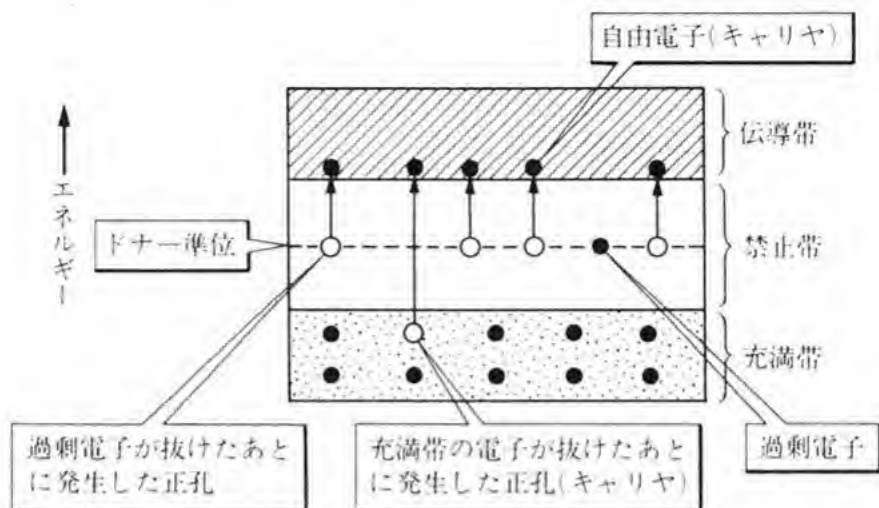



図 8 n形半導体のエネルギー帯

図8は，n 形半導体のエネルギー帯を示したものである。結合に関係のない価電子は，**過剰電子** (excess electron) ともよばれる。過剰電子は，同図に示すように，伝導帯よりも少し低いところに，新しいエネルギー準位* をつくる。この準位は，過剰電子を与える5価の不純物が**ドナー** (donor) とよばれるので，ドナー準位という。したがって，ドナー準位にある過剰電子は，エネルギー準位が高いので常温でも容易に伝導帯に上がることができ，これが，自由電子，つまりキャリヤとなる。

p 形半導体　例えば，Si の単結晶の中に，わずかなインジウム (In) を不純物として混ぜ合わせたときのようすを図9に示す。

Si は価電子が4個であるのに対し，In は3個であるから，結合のためには価電子が1個不足する。この不足したところが正孔となるので，全体のキャリヤは，自由電子より正孔の方が多くなる。こ

* 電子殻 n の電子エネルギー W_n は，$W_n=-13.58\frac{1}{n^2}$ [eV] で表されるが，このときエネルギーを縦軸にとって，n に応じたエネルギーの値を横軸で表したものをエネルギー準位という。

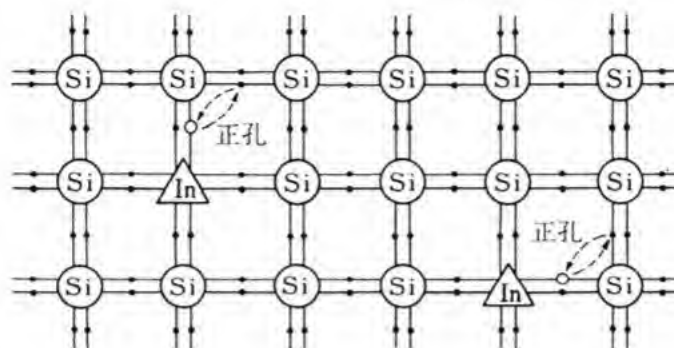



図 9 p 形半導体

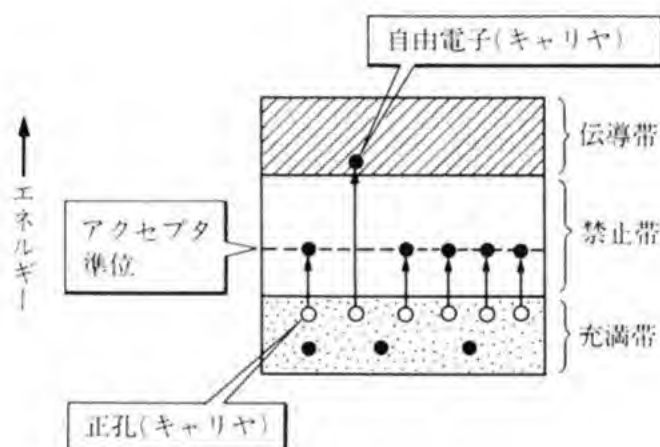



図 10 p 形半導体のエネルギー帯

のような半導体を **p 形半導体*** (p-type semiconductor) という。

図 10 は, p 形半導体のエネルギー帯を示したものである。つくられた正孔は, 同図に示すように, 充満帯よりも少し高いところに, 新しいエネルギー準位をつくる。この準位は, 加えた 3 価の不純物がアクセプタ (acceptor) とよばれるので, アクセプタ準位という。したがって, 充満帯にある電子は, 常温でも容易にアクセプタ準位に移るので, 充満帯には正孔が生じ, これがキャリヤとなる。

* p 形の p は positive (正) の頭文字をとったものである。

問 1.　n 形半導体と p 形半導体との違いを説明せよ。

問 2.　ゲルマニウム（価電子 4 個）に不純物としてひ素（As, 価電子 5 個）を混ぜ合わせた半導体がある。この半導体は n 形半導体か，p 形半導体か。

その他の半導体　半導体には，けい素・ゲルマニウムのような単結晶だけではなく，ガリウムひ素 (GaAs)，硫化カドミウム(CdS) などの化合物半導体や，原子配列に規則性のない固体で半導体の性質を示すアモルファス半導体などがある。また，半導体には，熱電効果のほかに，光を照射すると導電性が高くなる光電効果，半導体の電気抵抗が磁界によって変化する磁気抵抗効果などがある。そして，これらの性質を積極的に利用した，いろいろな半導体素子が開発され普及している。

3. ダイオード

ダイオード (diode) には，整流作用がある。したがって，ダイオードは整流素子の一つである。ここでは，ダイオードの構造と図記号，働き，使い方について調べる。

（1） pn 接合ダイオードの構造と図記号

単にダイオードとよばれているものの代表的なものは，pn 接合ダイオードである。

pn 接合ダイオード (p-n junction diode) は，けい素またはゲルマニウムの単結晶の中で結晶を成長させ，p 形半導体の部分と，n 形半導体の部分とが互いに接するように作ったものである。

図 11 (a) は，その内部の原理的構造を示す図であり，図 (b) はその図記号である。図からわかるように，p 側端子が ①（**アノード**），n 側端子が ②（**カソード**）に対応する。

(a) 構　造

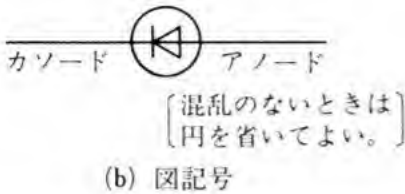
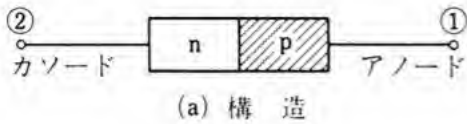
(b) 図記号

アノード，カソードの文字は，説明のために入れたもので，図記号としてはなくてよい。

図 11　ダイオードの構造と図記号

(2) ダイオードの性質

pn 接合ダイオードの性質は，次のように考えることができる。

1) 図12(a)は，p 形半導体と n 形半導体がそれぞれ単独にある場合を示した図である。In 原子を用いた p 形半導体では，キャリヤは正孔である。正孔が移動するので，イオン化* されて負の電荷をもつようになる。Sb 原子を用いた n 形半導体では，キャリヤは電子である。電子が移動するので，イオン化されて正の電荷をもつようになる。しかし，p 形半導体も n 形半導体も，キャリヤとイオン化された原子の電荷が平衡しているので，ともに電気的に中性になっている。

なお，電子と正孔の移動の速度は，電子の方が正孔よりも速く，移動の速度は導電率に比例する。したがって，p 形半導体よりも n 形半導体の方が抵抗が小さい。

2) 図(b)は，これらの半導体をそのまま合わせたのではなく，単結晶をつくっていく過程で，p 形の部分と n 形の部分を一つの面で接するようにしたものの図である。この場合，接合面付近

---

* イオン化とは，中性の原子が，電子を失って正電荷をもつ原子あるいは原子団になるか，または，電子を付加されて負電荷をもつ原子あるいは原子団になることをいい，電離ともいう。

のｐ形の部分の正孔はｎ形の部分へ，ｎ形の部分の電子はｐ形の部分へと，全体に広がって移動する。この現象を正孔や電子の**拡散**（diffusion）という。

そのため，接合面付近で拡散した正孔と電子は，互いに結合して消滅する。その結果，図(c)のようにｐ形の部分には負の電荷が，ｎ形の部分には正の電荷が現れる。この電位差は，**電位障壁**（potential barrirer）とよばれ，キャリヤがそれ以上拡散す

図 12　p　n　接　合

(a) p形半導体とn形半導体　　(b) pn接合による拡散と電荷の層

(c) 電位障壁と空乏層

(a) 順方向電圧の場合　(b) 逆方向電圧の場合

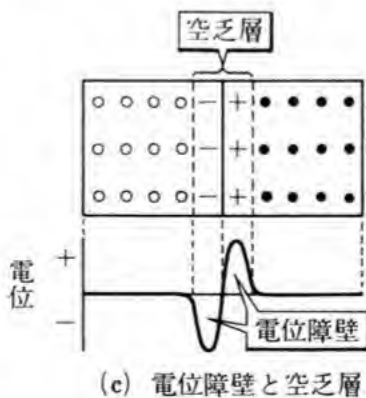
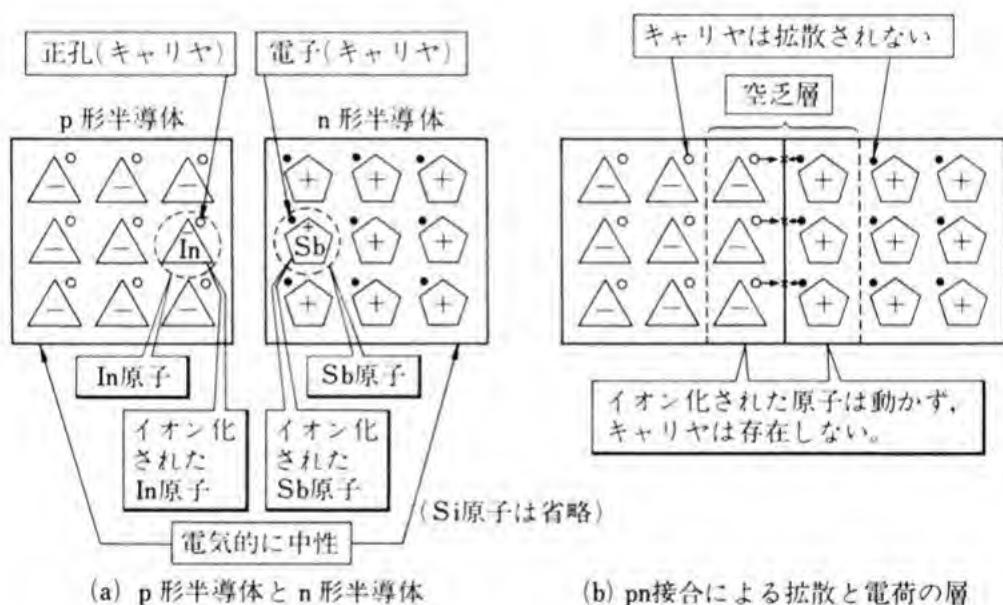
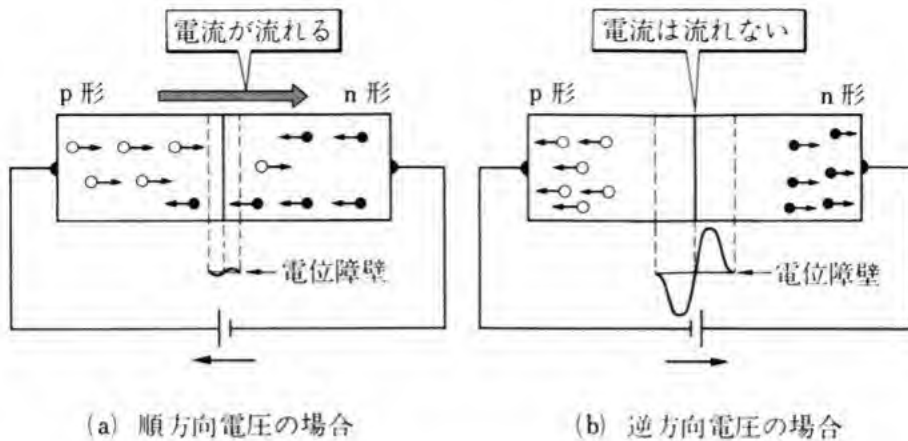



図13 整流作用

るのを妨げる。

以上のことから，接合面付近には，図(c)のように，キャリヤが欠乏した層が生じる。この層を**空乏層** (depletion layer) という。

3) 図13(a)は，pn接合のp形の部分に正極の電圧，n形の部分に負極の電圧を外部から加えた場合である。加えた電圧は，空乏層内の電位と正負が反対になるので，電位障壁を低くし，さらに，空乏層の幅も狭くする。このため，p形の部分の正孔は接合面を越えてn形の部分へ拡散し，n形の部分の電子も接合面を越えてp形の部分へ拡散するので，回路に電流が流れる。電流が流れる向きと同じ向きの電圧を**順方向電圧**(forward voltage)という。

4) 図(b)は，加える電圧の向きを逆にした場合である。p形の部分の正孔は電源の負極側へ，n形の部分の電子は電源の正極側へ移動するので，電位障壁を高くし，さらに，空乏層の幅も広くする。このため，正孔や電子のキャリヤの進行が妨げられると同時に，キャリヤがpn接合の両端に集まろうとするため，

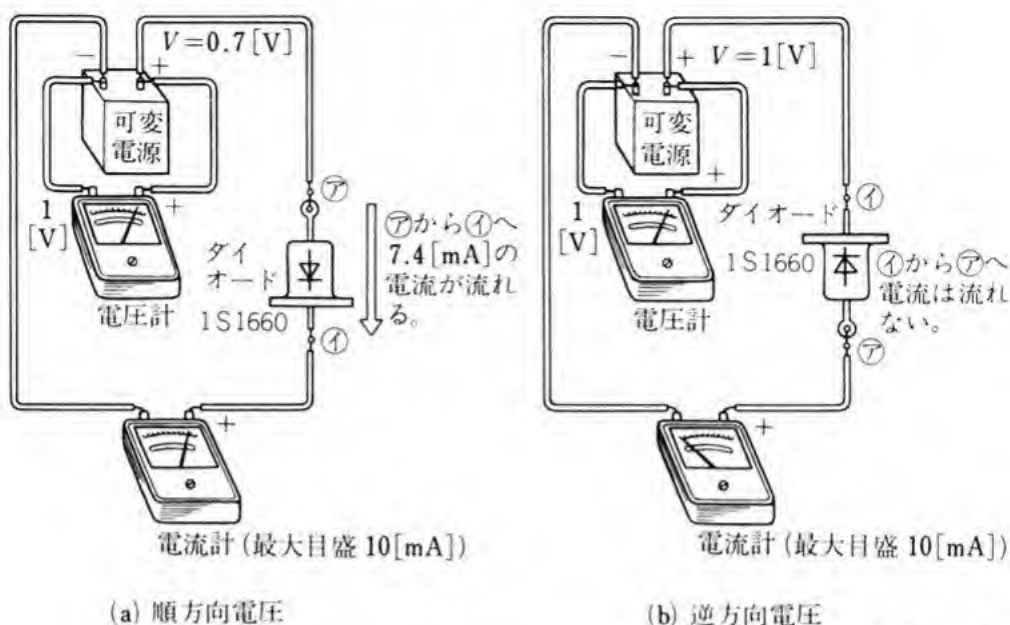



図 14 ダイオードの電圧・電流

電流は流れにくくなる。この向きの電圧を **逆方向電圧** (reverse voltage) という。

5) したがって, pn 接合ダイオードには, 与える電圧の極性の加え方により, 電流の流れ方が変わるため, 一方の向きだけに電流が流れる性質, すなわち **整流作用** (commutating action) がある。

(3) ダイオードの働き

ダイオードの働きを調べるために, 図 14(a) のように, ダイオード 1 S 1660* の電極に, 直流電源・電圧計・電流計を接続する。電源の電圧 V を例えば 0.7 [V] にすると, ダイオードには ㋐ から ㋑ に向かって 7.4 [mA] の電流が流れる。

また, 図(b)のように, ダイオードだけを逆に接続して電圧を加えても, 電流計の指針は 0 [mA] を指示したままでほとんど振れず**, ㋑ から ㋐ に向かって電流は流れないことがわかる。

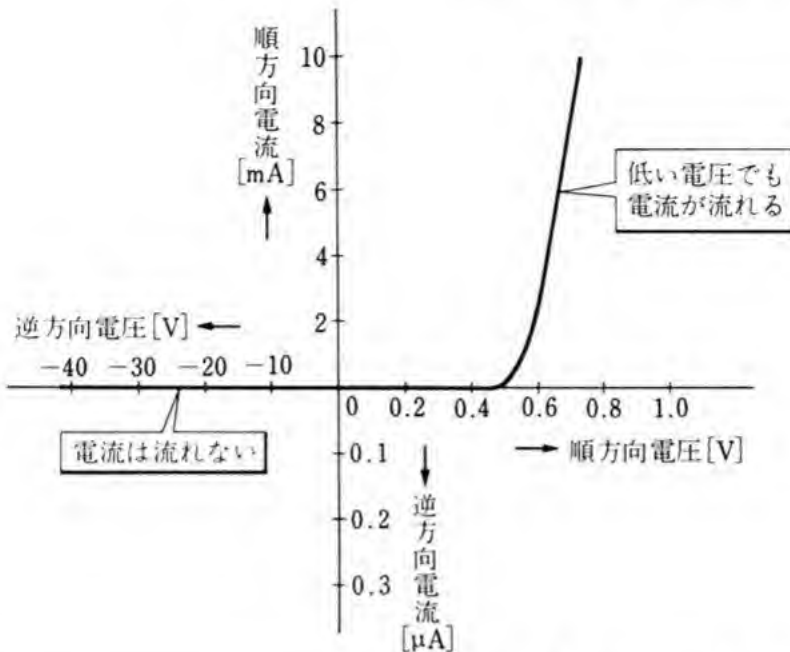
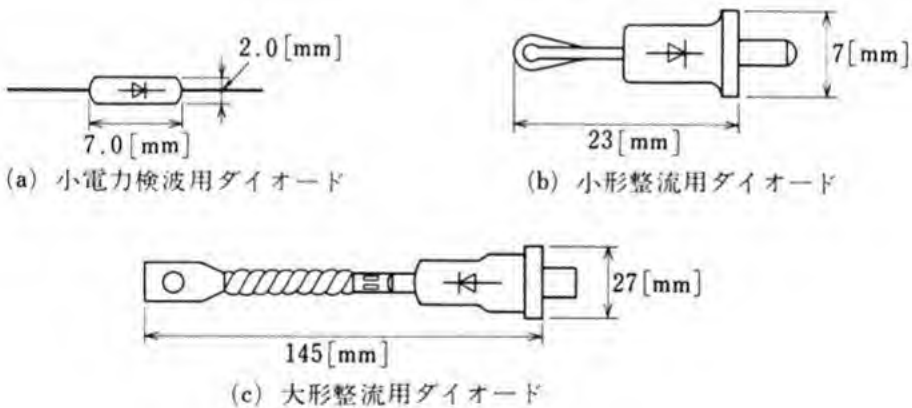
* 199 ページで学ぶ半導体素子の形名によるダイオードの名前である。

** V=90 [V] にすると, 約 0.1 [μA] のごくわずかな電流が流れる。

図 15 ダイオードの特性例 (1 S 1660)

(a) 小電力検波用ダイオード

(b) 小形整流用ダイオード

(c) 大形整流用ダイオード

(a)はラジオやテレビジョン受信機に使われる小電力の検波用。

(b)は，小形の整流電源などに使われる整流電流 6 [A]，逆耐電圧 300 [V] 程度の整流用。

(c)は，大形の整流電源に使われる整流電流 50 [A]，逆耐電圧 300 [V] のシリコンダイオードである。

図 16 ダイオードの外観

結果として，ダイオードは，加える電圧の極性によって，電流が流れたり，流れなかったりすることがわかる。電流が流れる状態を**オン**（ON）**状態**，流れない状態を**オフ**（OFF）**状態**という。つまり，与える電圧の極性によって，ダイオードがオン・オフの二つの状態をとることをダイオードの**スイッチング作用**（switching action）という。

すなわち，ダイオードは，順方向電圧が加わったときにだけ，電流を流す働きがある。

図15は，ダイオード1S1660の順方向および逆方向の特性を示したものである。

（4） ダイオードの使い方

ダイオードには，用途によっていろいろな種類がある。図16はその一例である。

これらのダイオードを安全に使うには，順方向電圧を加えたときに流れる電流が，決められた定格値を超えないようにする。また，定格値以上の逆方向電圧は，**逆耐電圧**（peak inverse voltage）ともよばれるが，この値以上の電圧を加えないようにすることが大切である。

表1 ダイオードの最大定格

項目	内容	1S1660
最大せん頭逆方向電圧または最大直流逆方向電圧	逆方向電圧の最大値	150［V］／
最大平均整流電流	抵抗負荷の半波整流回路で，取り出すことができる平均整流電流の最大値	3［A］
最大サージ電流	ダイオードに流れる瞬間最大電流	90［A］
接合部温度	pn接合の接合部の温度	150［°C］

このような限界を示したものは，**最大定格***（maximum rated）とよばれ，表1のような項目がある。表1に示した数値は，1S1660の場合の値である。

このほか，ダイオードによっては，ダイオードで消費させることのできる最大電力などが決められている。

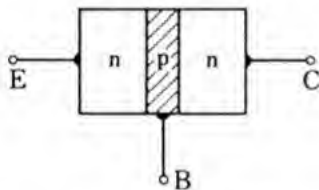
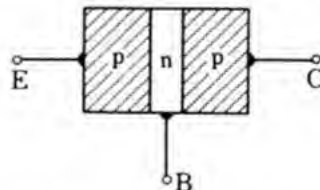
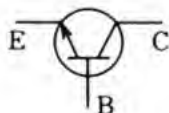
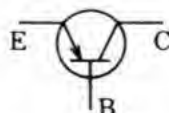
問 3. 図14(a)の回路を図記号で表せ。

問 4. ダイオードに逆方向電圧を加えた場合を，図記号で表せ。

問 5. 図14(a)の回路で，アノードに加わる電圧の極性は正か負か。また，ダイオードの矢印の向きは何を表していることになるか。

4. トランジスタ

トランジスタ（transistor）には，小振幅の入力信号によって，大振幅の出力信号を取り出すことができる性質，すなわち**増幅作用**（amplifying action）がある。ここでは，トランジスタの構造と図記号，性質，働き，静特性，使い方について調べる。

図 17　トランジスタの構造と図記号

(a) npn形の構造　(b) pnp形の構造

(c) npn形の図記号

(d) pnp形の図記号

E, C, B の文字は，説明のために入れたもので，図記号としてはなくてよい。

* ダイオードを製造するメーカーによって指定された値で，カタログや規格表ハンドブックなどに書かれている。

(1) 構造と図記号

トランジスタには，npn 形と pnp 形の2種類がある。

npn 形は，図17(a)のように，両側を n 形半導体にし，中央部を p 形半導体にしたものである。

pnp 形は，図(b)のように，両側を p 形半導体にし，中央部を n 形半導体にしたものである。

図(a), (b)で，中間にはさまれた p 形半導体または n 形半導体の部分は，厚さ数マイクロメートル程度でごく薄く，この部分を**ベース**（base: **B**）という。

ベースと接合を作る二つの半導体の一方を**エミッタ**（emitter: **E**），他方を**コレクタ**（collector: **C**）といい，ベース・エミッタ・コレクタには，それぞれ電極がつけてある。

npn 形および pnp 形トランジスタの図記号を図(c), (d)に示す。エミッタには電流が流れやすい向きを示す矢印をつける。npn 形のときは矢印を外側に向け，pnp 形のときは内側に向ける。

(2) トランジスタの性質

図18を使って，キャリヤの働きから，トランジスタの性質を考えてみよう。

1) 図(a)において，ベース・コレクタ間には，逆方向電圧 V_{CB} が加わっているので，電位障壁が高くなっており，ベース・コレクタ間に電流は流れない。

2) 図(b)において，エミッタ・ベース間には，順方向電圧 V_{BE} が加わっているので，電位障壁が低くなっている。また，エミッタの p 形の部分は，不純物の濃度を高くしてあるので，正孔が多数発生している。ベースの n 形の部分は，厚さを薄くし，さらに不純物の濃度を低くしてあるので，電子はごくわずかである。

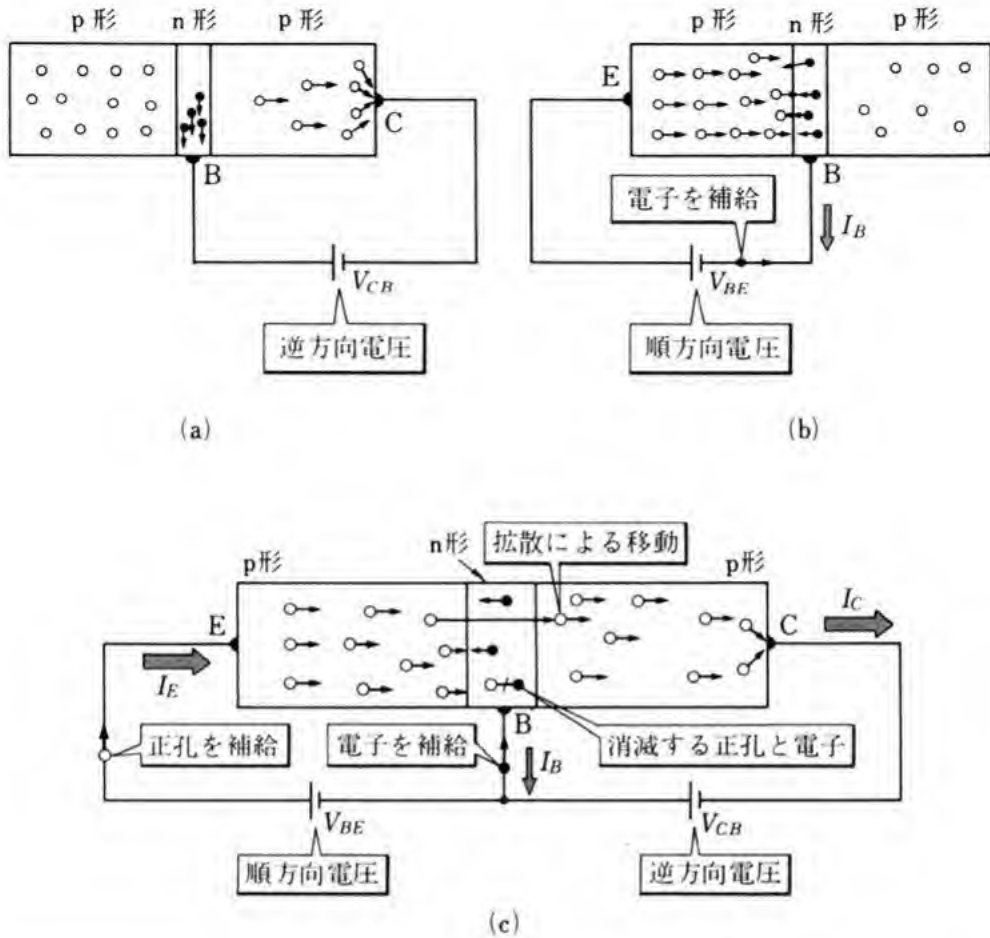



図 18 トランジスタの性質

したがって，エミッタの正孔は，電位障壁を乗り越えて，拡散しながらベースへ進み，その一部* だけがベースの電子と結合する。結合して消滅したベースのわずかな電子は，電池の負極が補給し続けるので，これがわずかな**ベース電流**(base current) I_B となる。

3) 図(c)において，ベースの電子と結合できなかったエミッタからの大部分** の正孔は，コレクタ側の電圧 V_{CB} によって，

* 1 [%] 程度。
** 99 [%] 程度。

コレクタ側へ移動する。これが**コレクタ電流** (collector current) I_C となる。

なお，エミッタの正孔は，電池の正極から次々に補給され，これが**エミッタ電流** (emitter current) I_E となる。

4) 結果として，エミッタ電流 I_E の大部分は，コレクタ電流 I_C となり，ベース電流 I_B となるのはきわめてわずかである。

これまではpnp形トランジスタの性質について学んだが，npn形でも基本的な動作は変わらない。ただ異なるところは，npn形の場合は，電池の極性を反対にして接続しなければならない。したがって，pnp形ではキャリヤが正孔であったが，npn形ではキャリヤが電子となる。キャリヤが電子になるということは，電子は正孔より動く速さが速い* ので，npn形の方が高い周波数まで用いられるという利点がある。

(3) トランジスタの働き

図19のように，トランジスタ2SC1959** の電極に，電流計・電圧計・直流電源を接続し，各部の電圧と電流から，トランジスタの働きについて調べてみよう。

1) ベース電流を流さないとき

図19でスイッチSを切ると，ベース電流 I_B は流れない。このとき，トランジスタのC, E間だけに**コレクタ電圧** (collector voltage) V_{CE}*** を加え，コレクタ電流 I_C, エミッタ電流 I_E の変化を調べ，その結果を表2に示す。

---

* キャリヤの速さを示す量は移動度とよばれ，Si の場合常温では，電子が $1200\left[\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{V \cdot s}}\right]$，正孔が $500\left[\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{V \cdot s}}\right]$ 程度である。

** 199ページで学ぶ半導体の形名によるトランジスタの名前である。

*** V_{CE} は，Eから見たCの電位である。V_{BE}, V_{CB}, V_{EB}, V_{AK} なども同様に考える。

表 2　トランジスタ 2SC 1959 の特性（1）

V_{CE} [V]	I_B [μA]	I_C [mA]	I_E [mA]
0~20	0	0	0

表 3　トランジスタ 2SC 1959 の特性（2）

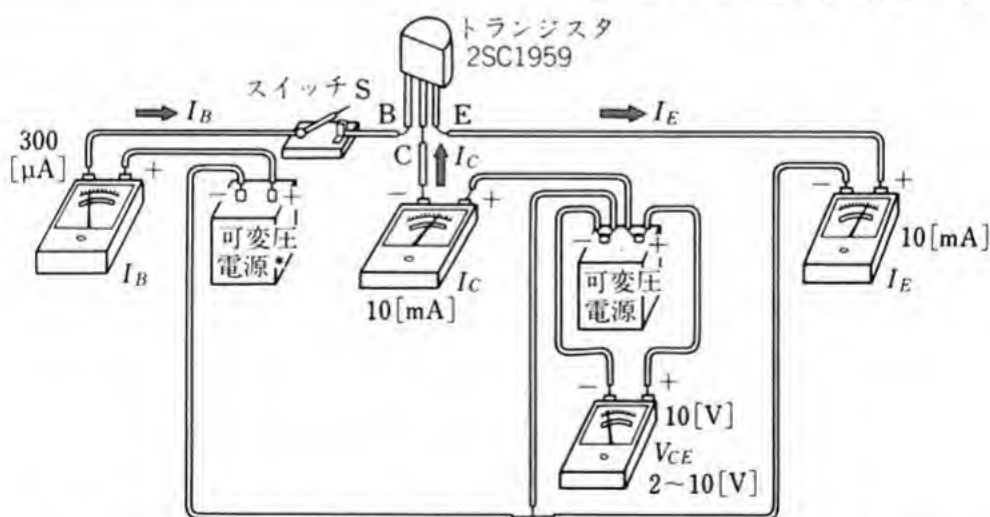
V_{CE} [V]	I_B [μA]	I_C [mA]	I_E [mA]
2	100	8	8.1
2	200	16.8	17.0
10	100	8.8	8.9

2)　ベース電流を流すとき

図 19 でスイッチ S を入れると，I_B が流れる。このとき，V_{CE} と I_B の値に対して，I_C と I_E の変化を調べ，その結果を表 3 に示す。

表 2, 3 の結果から，トランジスタは次の動作をすることがわかる。

1)　I_B が流れないときは I_C も流れない。このことは，電流 I_C

図 19　トランジスタの電圧・電流

＊　ここで用いた可変圧電源は，電源電圧や負荷の変動に対して，出力電圧の安定化をはかったもので，出力電圧は 20 [V] まで任意に変えることができ，出力電流は 2 [A] 程度の小容量の電源である。

を断つことができるということで，トランジスタは**オフ**状態にあるという。

2)　I_B をわずかに流すことによって，I_C を多く流すことができる。このことは，電流 I_C を流すことができるということで，トランジスタは**オン**状態にあるという。このように，トランジスタがオンとオフの二つの状態をとることができる。この性質をトランジスタの**スイッチング作用**という。

3)　V_{CE} の大きさを変えても，I_C の大きさはあまり変わらない。

4)　I_B をわずかに変化させることによって，I_C を大きく変化させることができる。この作用をトランジスタの**増幅作用**という。

5)　I_B と I_C の和が I_E になっている。すなわち，

$$I_E = I_B + I_C \qquad (1)$$

ここで，I_C と I_B の比を h_{FE} といい，次のように表される。

$$h_{FE} = \frac{I_C}{I_B} \qquad (2)$$

h_{FE} の値は，一般に 10～1000 である。これは I_B のわずかな変化で，I_C を大きく変化させることができることを意味する。h_{FE} は，エミッタ接地* の**直流電流増幅率**（DC current amplification factor）という。

問 6．図20は，図19の回路の一部を図記号で示したものである。次の問いに答えよ。

(1)　このトランジスタは npn 形か，pnp 形か。

(2)　a, b 間，c, d 間に加える電圧の極性を図示せよ。また，どちらの

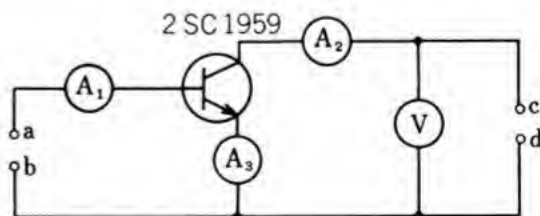



図 20

* 224，225ページ参照。

電圧が高いか。

(3) 電流計 A_2 は何を測定するためのものか。

(4) 電流計 A_1, A_2, A_3 の示す値には，どのような関係があるか。

問 7. 図19のトランジスタに，pnp形を使った場合，回路を図記号で表せ。ただし，電流計・電圧計は前問の図記号を使うことにする。

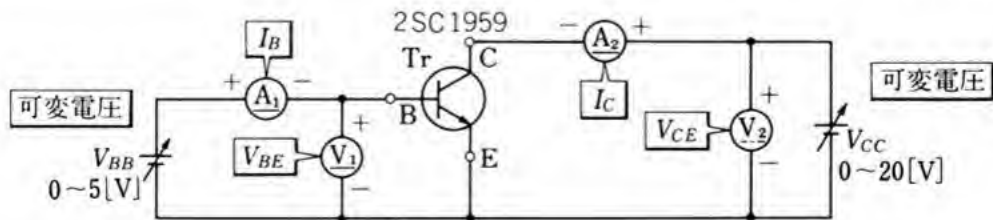
問 8. $I_E=10$ [mA]，$I_C=9.95$ [mA] とすると，I_B はいくらか。また，直流電流増幅率 h_{FE} はいくらか。

(4) トランジスタの静特性

トランジスタを使うときに，トランジスタのどの電極とどの電極の間にどの程度の電圧を加えると，どのくらいの電流が流れるかということを知る必要がある。そのために，この電圧と電流の関係をグラフに表したものをトランジスタの**静特性** (static characteristic) という。

エミッタ接地回路* とよばれるトランジスタの静特性は，図21のように，電圧計と電流計を接続することによって測定することができる。測定する電圧と電流は，ベース・エミッタ間電圧 V_{BE}，コレクタ・エミッタ間電圧 V_{CE} の二つの電圧と，ベース電流 I_B，コレクタ電流 I_C の二つの電流である。

したがって，四つの特性曲線をかくことができるが，V_{CE}-V_{BE}

図 21 トランジスタの静特性の測定回路

* 224，225ページ参照。

特性は，ほとんど使われないので省略することが多く，主に次の三つの特性が使われる。

1)　**V_{BE}-I_B 特性**

V_{CE} を一定に保ったときの V_{BE} と I_B の関係であり，**入力特性** (input characteristic) ともいう。ただし，V_{CE} によって特性があまり変化しないので，一般に $V_{CE}=5$ [V] 前後にして，1本の特性で示す。

2)　**V_{CE}-I_C 特性**

I_B を一定に保ったときの V_{CE} と I_C の関係であり，**出力特性** (output characteristic) ともいう。

3)　**I_B-I_C 特性**

V_{CE} を一定に保ったときの I_B と I_C の関係である。ただし，V_{CE} は，1) と同様に 5 [V] 前後にする。

図 22　2 SC 1959 の静特性 (エミッタ接地)

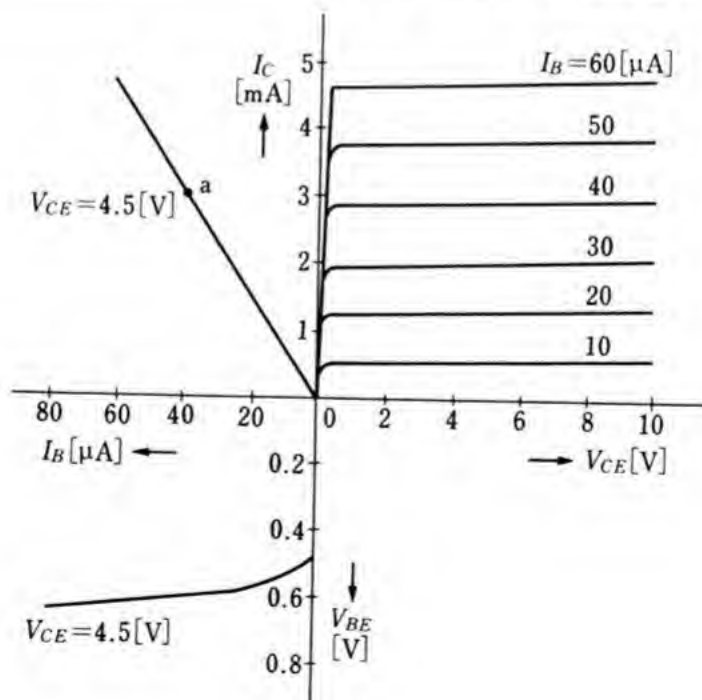



図22は，トランジスタ2SC1959の静特性である。

(5) トランジスタの使い方

トランジスタの各電極に加える電圧の極性は，npn形か，pnp形かによって反対になるので，注意が必要である。また，ダイオードと同じく，温度や電圧・電流の大きさに気をつけて，正常な使い方をしないと，トランジスタの特性が変化したり，劣化したりする。

そこで，トランジスタを使用する場合に，電圧・電流・電力・温度など，絶対に守らなければならない範囲の限界を**最大定格**（maximum rated）として規定している。

表4は，図19で使った2SC1959の最大定格である。

電圧の最大定格には，コレクタ・ベース電圧 V_{CBO}* と，エミッタ・ベース電圧 V_{EBO}** とが決められている。

電流の最大定格には，コレクタ電流 I_C が決められている。

電力の最大定格には，コレクタで許容できる電力損失として，コレクタ損失 P_C が決められている。

表4 2SC1959の最大定格（T_a=25[°C]）

項目	定格
コレクタ・ベース電圧 V_{CBO}	35 [V]
エミッタ・ベース電圧 V_{EBO}	5 [V]
コレクタ電流 I_C	500 [mA]
コレクタ損失 P_C	500 [mW]
接合部温度 T_j	150 [°C]

P_C の値は，周囲温度 T_a が25[°C]であるという条件のもとで示されている。そのため，トランジスタが周囲温度以上の熱をもつときは，放熱させるために放熱板を使う場合がある。

図23は，トランジスタ2SC1959の使用範囲を図示したものである。図の破線は，$P_C = V_{CE}I_C$ が一定な双曲線で，コレクタ損失の

* エミッタ開放でのコレクタ・ベース間の電圧。

** コレクタ開放でのエミッタ・ベース間の電圧。

最大限度を表す。したがって，このトランジスタは，図の破線より下の部分で使用しなければならない。

このほか，最大定格には，トランジスタの接合部温度 T_j が決められており，トランジスタは，この温度以下で使用するように定められている。

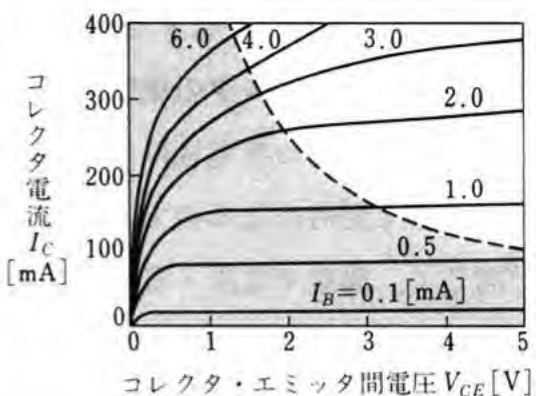



図 23　2SC 1959 の使用範囲

問 9． 図22の点aにおける直流電流増幅率 h_{FE} はいくらか。

問 10． 図19の回路で，コレクタ・エミッタ間電圧を4[V]としたとき，このトランジスタを満足に動作させるには，コレクタ電流はいくらまで流すことができるか。

5．その他の半導体素子

半導体を材料にしたダイオードやトランジスタなどは，用途によっていろいろな種類がある。図24は，その一部であるが，ここでは，代表的なものについて，働きと特徴などを調べる。

（1） 定電圧ダイオード

図25(a)は，**定電圧ダイオード**（voltage regulation diode）の電圧と電流を測定する回路である。図(b)は，この回路における電圧と電流の関係をグラフに表したものである。

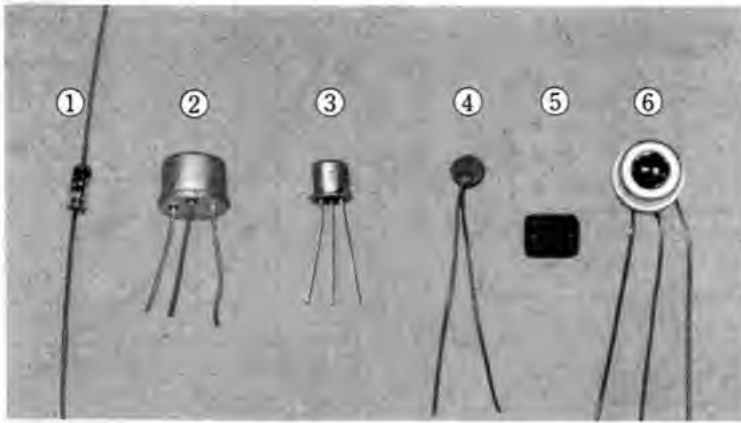
同図において，−10[V]付近では，電流が大きく変わっても，電圧はごくわずかしか変化せず，ほぼ一定と考えられる。電圧が一定になる性質を利用して作られたダイオードは，**定電圧ダイオード**また

① 定電圧ダイオード　② サイリスタ　③ 電界効果トランジスタ
④ サーミスタ　⑤ ホトダイオード　⑥ ホトトランジスタ

図 24 半導体素子

(a) 測定回路　(b) RD10Eの特性　(c) 図記号

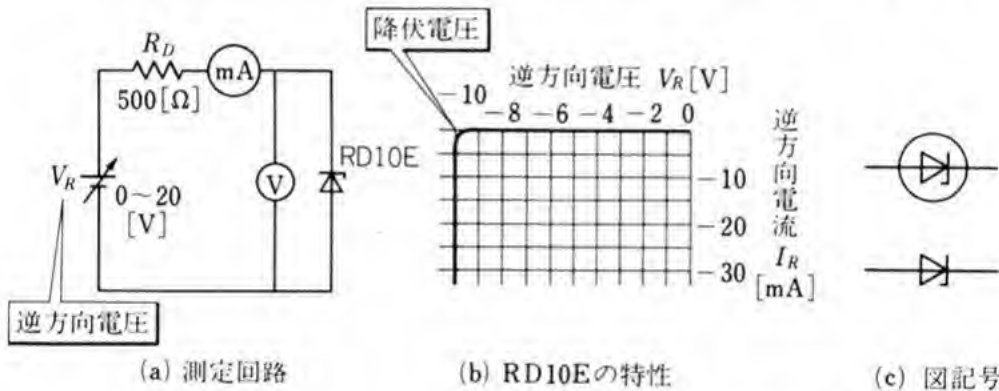



図 25 定電圧ダイオード

は**ツェナダイオード**とよばれる。図(c)はその図記号である。

ここで，ある電圧値から電流が急激に大きくなる現象を**ツェナ現象**(Zener phenomena)といい，この電圧を**ツェナ電圧**(Zener voltage)という。ツェナ現象に誘発され，以下に述べる電子なだれが生じる。

5　**降伏電圧**　図 25(b)のように，逆方向電圧が大きくなると，大きな電流が急激に流れるようになる。この電圧を**降伏電圧**(break-down voltage)という。この場合，ダイオードがこわれたのではなく，逆方向電圧を小さくすれば，電流はもとのように小さくなる。

(a) 原　理　　(b) 特　性

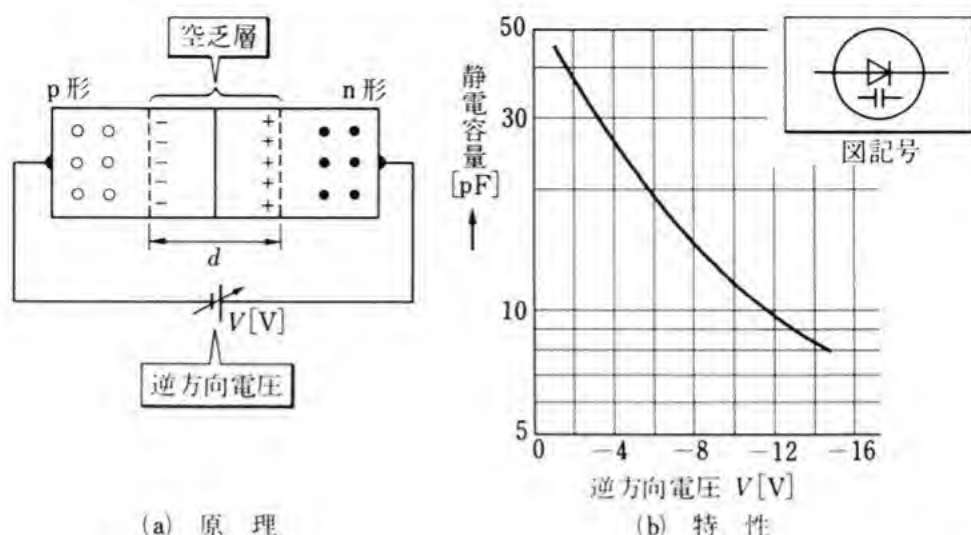



図 26　可変容量ダイオード

電子なだれ　逆方向電圧がきわめて大きくなると，残っているわずかな電子または正孔が，大きなエネルギーをもつようになる。そして，これが空乏層の中のイオンと衝突し，イオン内部の電子，すなわち価電子より内側の殻の電子をはじき飛ばす。はじき飛ばされた電子は，ふたたび加速されて，他のイオンに衝突する。この過程が繰り返され，電子がなだれのように発生して，電流が増大する。この現象を**電子なだれ**（electron avalanche）という。

（2）　**可変容量ダイオード**

可変容量ダイオード（variable capacitance diode）は，バラクタダイオードまたはバリキャップなどとよばれ，pn 接合の接合面付近に生じる空乏層の性質を利用するダイオードである。空乏層は図 26 (a) のように，正負の電荷によって，一種の静電容量をもつコンデンサのような状態になっている。したがって，例えば図 (b) のように，逆方向電圧の絶対値を大きくしていくと，空乏層の幅 d が広くなるので，$C=\dfrac{\varepsilon A}{d}$ からわかるように，静電容量 C は小さくなる。

(a) 構 造　(b) 図記号

図 27 サイリスタの構造と図記号

(a) 回 路

(b) 電圧－電流特性

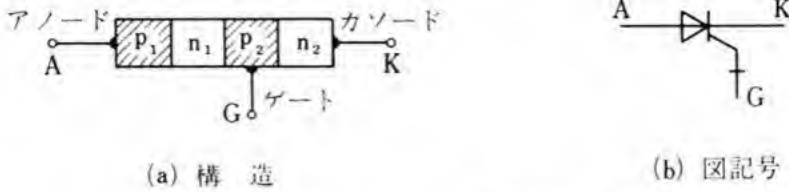
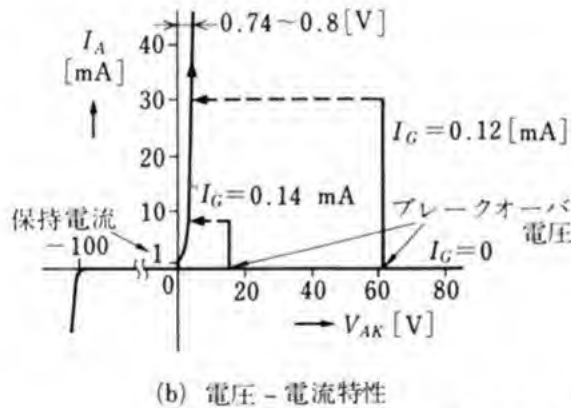
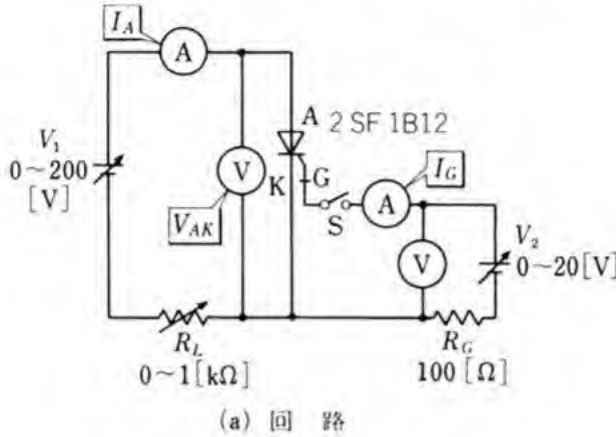



図 28 サイリスタの電圧・電流

(3) サ イ リ ス タ

サイリスタ (thyristor) は，p 形と n 形の半導体を 4 層にして接合したもので，電極の端子数が 2, 3, 4 端子のものがある。

サイリスタで 3 端子のものは，**シリコン制御整流素子** (silicon-controlled-rectifier : **SCR**) とよばれることもある。

図 27 (a) は，サイリスタの内部の原理的構造を示す図である。サ

イリスタは，**アノード**(anode, A)，**カソード**(cathode, K)，**ゲート**(gate, G)の三つの電極からなり，図(b)は，その図記号である。

図28(a)には，サイリスタの電圧と電流を測定する回路を示し，図(b)には，サイリスタの電圧−電流特性を示すが，これから次のことがわかる。

1) 最初の状態で，**ゲート電流**(gate current) I_G を流さないとき，A, K 間に電圧 V_{AK} を加えても，**アノード電流**(anode current) I_A は流れない。

2) 一定の I_G を流し，V_{AK} を増加させると I_A が急激に流れ，A, K 間は導通状態になる。それと同時に，V_{AK} が急激に減少する。この状態を**ブレークオーバ**(breakover)といい，I_A が急激に流れ始めるときの V_{AK} の値を**ブレークオーバ電圧**(breakover voltage)という。

3) いったんブレークオーバが生じると，スイッチSを切り I_G の流れを止めても，I_A は流れ続け，A, K 間の導通状態は続く。

　また，アノードの電源電圧 V_1 を減少していくと I_A も減少するが，ある値，例えば1[mA]より小さくなると，急激に I_A が0[mA]になる。この0[mA]になる直前の電流が，この場合の導通状態を保つ最小電流で，この電流の値を**保持電流**(holding current)という。

4) I_G を大きくすると，V_{AK} の値が小さな状態でブレークオーバが生じる。

以上のことから，サイリスタでは，小さな**ゲート電圧**(gate voltage)を加えることによって，オン状態にしたり，アノードに加える電圧をある値以下にすることによって，オフ状態にしたりすることができる。サイリスタのスイッチング作用は，このようにして行われる。

図 29　接合形 FET の増幅回路

(a) 接合形FET(n形チャネル)　(b) MOS形FET(p形チャネル)

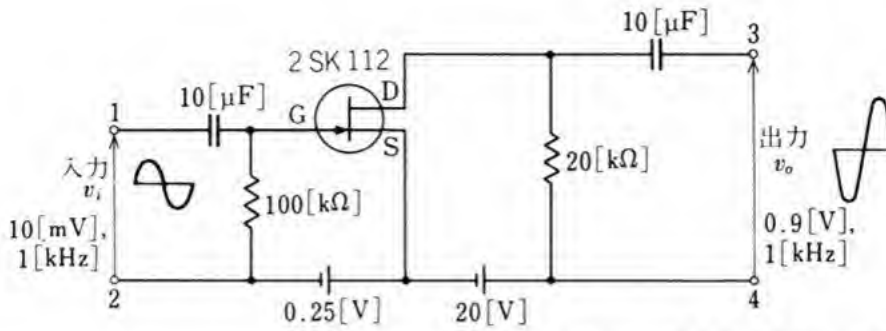
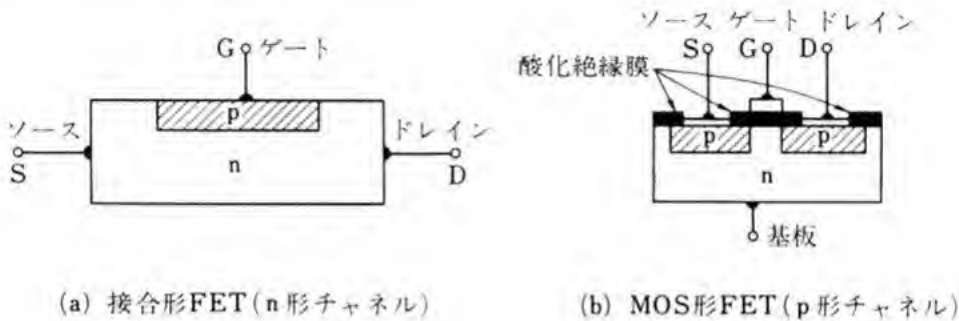



図 30　FET の基本構造

サイリスタは，せん頭逆方向電圧が 25 [V] から 4 [kV]，平均順方向電流が 0.2 [A] から 3000 [A] ぐらいまであり，トランジスタに比べて，高耐電圧・大電流の素子が作られている。

サイリスタは，無接点スイッチや整流素子としてだけでなく，電動機の制御や，劇場などで徐々に明るさを変える照明の制御，電気こたつや電気炉の温度制御などに使われ，用途が広い。

(4)　電界効果トランジスタ

図 29 の回路で，入力端子 1, 2 間に，振幅 $v_i=10$ [mV]，周波数 1 [kHz] の正弦波交流電圧を加えると，出力端子 3, 4 間から，振幅 $v_o=0.9$ [V]，周波数 1 [kHz] の正弦波交流電圧を取り出すことができる。

ここで使った増幅作用をもつ半導体素子は，キャリヤの移動を電界によって制御するので，**電界効果トランジスタ** (field-effect transistor:

FET）とよばれる。

FETの構造と図記号　FETの外形は，トランジスタとほとんど同じであるが，FETには**ソース**（source：**S**），**ドレイン**（drain：**D**），**ゲート**（gate：**G**）の三つの電極がある。

FETは，その内部構造によって，図30のような接合形FETと，MOS形FETとに大別できる。

接合形FET（junction type FET）は，図(a)のように，S, D二つの電極をもつn形半導体の中に，G電極をもつp形半導体を形成して作られる。同図において，n形の代わりにp形，p形の代わりにn形を形成したものもある。

また，D, S間には電流が流れるが，その通路を**チャネル**（channel）とよぶ。同図の場合は，D, S間の電流がn形半導体の中に流れるのでn形チャネルという。電流の通路がp形半導体であればp形チャネルという。

MOS形FET*は，図(b)のように，n形半導体の中にp形半導体を二つ形成し，表面を酸化して絶縁のよい酸化絶縁膜を作り，その上に金属を取り付けてゲート電極としたものである。同図のn形の代わりにp形，p形の代わりにn形を形成したものもある。

また，同図の場合，ゲートに負の電圧を加えるので，ゲート電極の最も近いn形の部分には，静電誘導によって正孔が生じる。これがキャリヤとなり電流の通路ができる。したがって，この場合には，基板にn形半導体を用いたものをp形チャネルといい，基板にp形半導体を用いたものをn形チャネルという。

MOS形FETには，さらにGに電圧を加えなくてもD, S間に

* 構造が，上から順に，金属（metal），酸化物（oxide），半導体（semiconductor）となっているので，それぞれの頭文字をとってMOS形とよぶ。

(a) ゲートに電圧を加えないとき

(b) ゲートに逆方向電圧を加えたとき

図 31　FET の性質

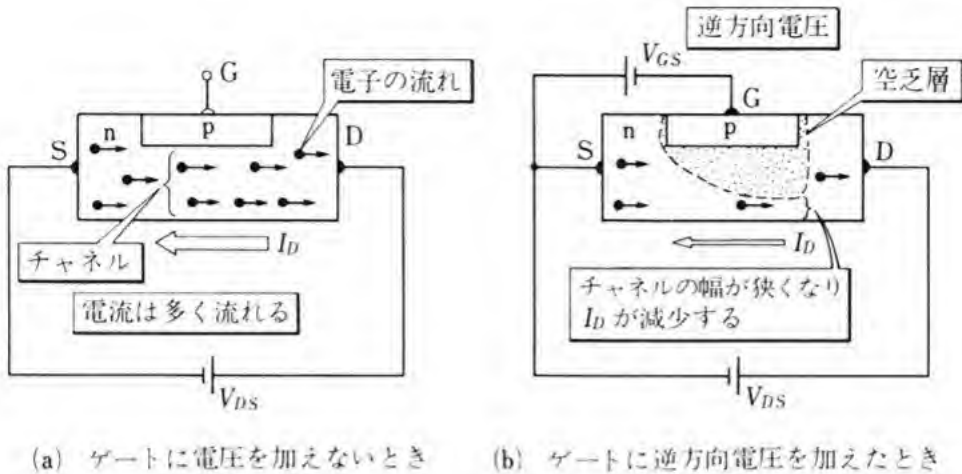
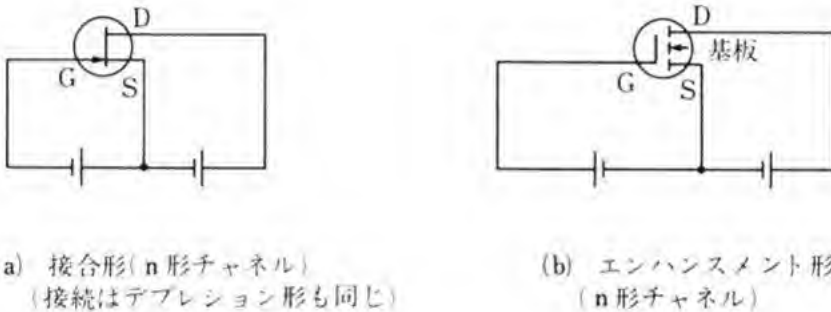
(a) 接合形(n 形チャネル)
(接続はデプレション形も同じ)

(b) エンハンスメント形
(n 形チャネル)

図 32　電圧の加え方

電流が流れる**デプレション形** (depletion) **FET** と，G に正の電圧を加えなければ，D, S 間に電流が流れない**エンハンスメント** (enhancement) **形 FET** とがある。

表 5 は，それぞれの名称と図記号を示したものである。

FET の性質　FET は，ゲートに加える電圧によって，ドレイン電流が制御される性質がある。

1) 図 31 (a) のように，ゲートに電圧を加えないときは，D, S 間の電圧 V_{DS} によって，D, S 間のチャネルに**ドレイン電流**(drain current) I_D が流れる。

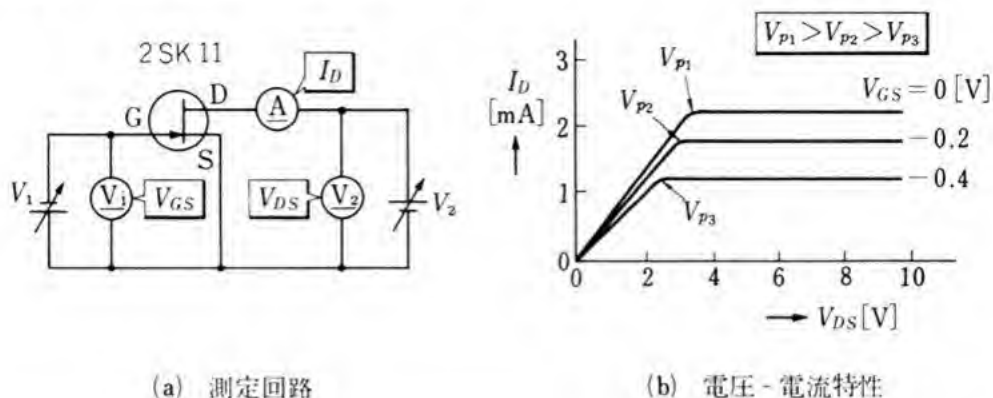
2) 図 (b) のように，G, S 間に逆方向電圧 V_{GS} を加えると，pn

(a) 測定回路　　(b) 電圧-電流特性

図 33　FETの特性

接合の空乏層が広がり，チャネルの幅が狭くなるので，電流は流れにくくなり，I_D が減少する。

したがって，FET の電圧の加え方は，次のようにする。

n 形チャネルの場合，接合形およびデプレション形では，図 32 (a) のように，ソース S に対して，D には正，G には負の電位を与える。エンハンスメント形では，図 (b) のように，S に対して，D，G ともに正の電位を与える。

p 形チャネルの場合は，n 形チャネルの場合と反対の極性の電圧を加える。

表 5　FET の図記号

接合形		MOS形			
		デプレション形		エンハンスメント形	
p 形チャネル	n 形チャネル	p 形チャネル	n 形チャネル	p 形チャネル	n 形チャネル
G S D		G S 基板 D		G S 基板 D	

注．MOS 形の図記号は，基板から電極を引き出さない場合を示す。

なお，デプレション形の場合，n形チャネル，p形チャネルともに，G, Sを同電位にして使うことがある。

FETの特性　図33(a)の回路で，FETについて電圧と電流の関係を調べると，図(b)のような電圧-電流特性が得られ，これから次のようなことがわかる。

1) 電圧V_{DS}を大きくしていくと，V_{DS}がある値までは，ドレイン電流I_DはV_{DS}に比例して増加する。
2) V_{DS}が大きくなると，I_Dは一定になる。このとき，I_Dが一定になる電圧V_{DS}の最小値を**ピンチオフ電圧** (pinch off voltage) といい，V_pで表す。V_{GS}が大きいほど，V_pは小さくなる。
3) **ゲート電圧*** V_{GS}をわずかに変化することによって，I_Dを大きく変えることができる。

なお，FETのG, S間には，逆方向電圧を加えるようになっているので，ゲート電流は流れない。したがって，FETの**入力インピーダンス**は非常に高い。

トランジスタとFETの比較　表6は，トランジスタとFETの電極名，動作などを比較したものである。

表6 トランジスタとFETの比較

	電極名	動作	特徴
トランジスタ	B, E, C	ベース電流によって，コレクタ電流を大きく変える。	
FET	G, S, D	ゲート電流は流さないで，ゲート電圧によって，ドレイン電流を大きく変える。	入力インピーダンスが非常に高い。

用途　FETは，入力インピーダンスが非常に高いという特

* 電極Sが接地され，電位が0 [V] であるから，$V_{GS}=V_G$となるので，ゲート電圧とよばれる。

徴があるので，高い入力インピーダンスが必要な半導体化測定器やコンデンサマイクロホンなどの入力部の増幅回路に使われる。例えば，測定器の入力インピーダンスは高い方が望ましく，トランジスタでは10［kΩ］ぐらいであるが，FETでは1［MΩ］以上の高入力インピーダンスを得ることができる。また，ゲート電圧によってFETをオン状態・オフ状態にすることができるので，あとで学ぶ論理回路などに使われる。

（5） 半導体熱電変換素子

温度によって抵抗が変化するサーミスタ，電流によって発熱作用や吸熱作用がある半導体冷熱素子，赤外線などに感じて電気を発生したり，抵抗が変わったりする半導体素子などは，**半導体熱電変換素子**（semiconductor thermoelectric transducer）とよばれる。

サーミスタ　図34は，抵抗と温度の関係を測定する装置である。また，図35は，この装置を使って，サーミスタと銅について測定した結果である。

図34 抵抗－温度特性の測定装置

図35 サーミスタと銅の抵抗－温度特性

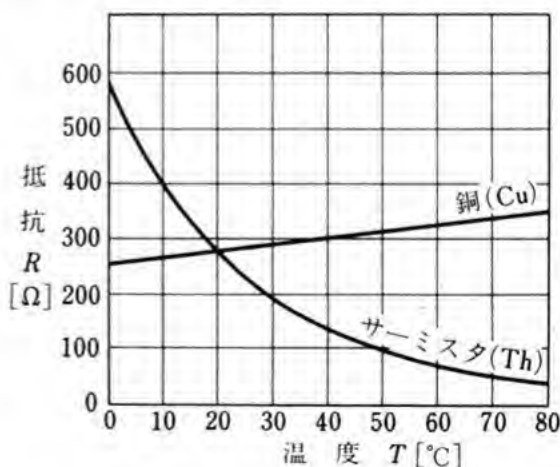



図35から，サーミスタは，銅と比べて，温度の変化に伴う抵抗の変化が著しく，また抵抗の温度係数が負であることがわかる。

サーミスタは，このことを利用して，温度検出器や計器の温度補償などに使われる*。

5　**半導体冷熱素子**　図36(a)のように，n形半導体に電流を流すと，Aとの接合面では吸熱し，Bとの接合面では発熱する。また，p形半導体でも，図(b)のように，A′との接合面では吸熱し，B′との接合面では発熱する。

したがって，図(c)のように接続すると，Aとの接合面ではどち
10　らも吸熱し，B, B′との接合面では発熱する。

このような素子は，半導体冷熱素子とよばれ，電子冷熱素子として利用されている。

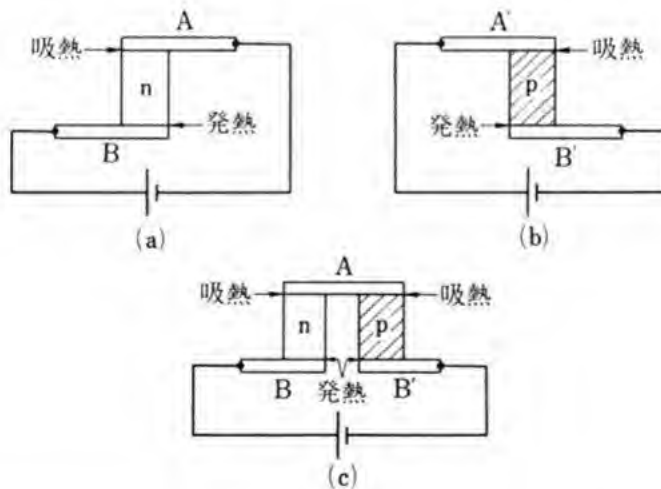



図 36　半導体冷熱素子

* 計器の可動コイルには銅線が使われている。したがって，温度が上昇すると抵抗が増加する。逆に，サーミスタは温度が上昇すると抵抗が減少する。したがって，可動コイルにサーミスタを結合すれば，温度変化による可動コイルに流れる電流の変化がおさえられ，温度変化の影響を少なくできる。

(6) 光電変換素子

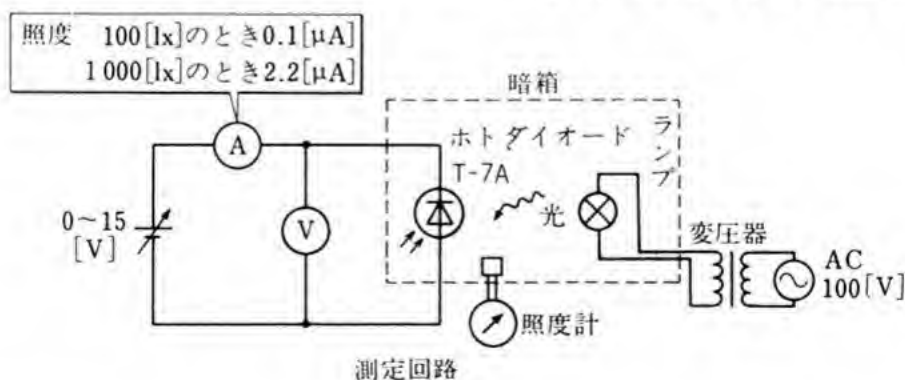
光を照射すると，その光の量に応じた電気量が，電極の両端に現れるものや，電圧を加えると光を放出するものを**光電変換素子**（photoelectric transducer）という。その例として，ホトダイオード・ホトトランジスタ・発光ダイオード・太陽電池などがある。

ホトダイオード　ホトダイオードは，pn接合でできており，逆方向電圧を加えて使用するものである。

ホトダイオードには，光の量に応じた電流が流れるが，光を当てないときでも，ごくわずかな電流が流れる。この電流を**暗電流***(dark current)という。図37は，ホトダイオードに光を当てたときに流れる電流を測定する回路である。

ホトダイオードは，小形で光の速い変化にも感じるので，電子計算機のせん孔テープやカードの孔の有無の読み取りや，火災，防犯通信機などの検知器として使用されている。

発光ダイオード　発光ダイオードは，ホトダイオードとは反対に，pn接合に順方向電流を流すことによって，赤・黄・緑などの光を出すもので，**LED**（light emitting diode）ともよばれる。

図37　ホトダイオードの測定回路

* 「A巻」の219ページの暗電流とは，同じ言葉であるが，内容が異なる。

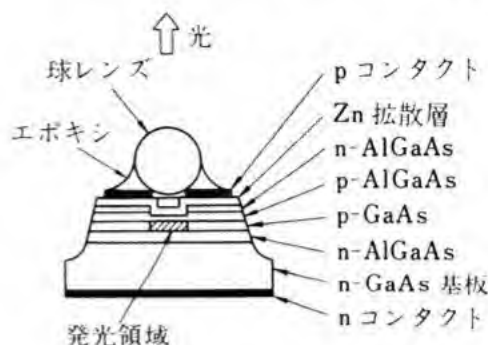
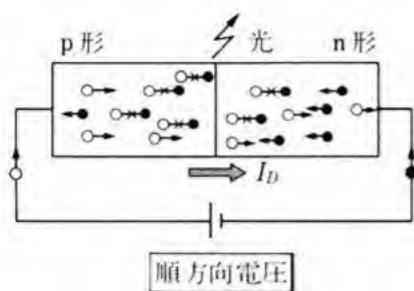



図38　発光ダイオードのしくみ　**図39　光通信用発光ダイオードの例**

図38は，p形の部分の正孔とn形の部分の電子が，互いに他の部分へ入り，正孔と電子が衝突すると，そのときのエネルギーで発光し，正孔と電子が消滅することを示している。正孔や電子が消滅しても，同じ数だけp形の中では正孔が，n形の中では電子が作り出され，発光が継続する。

発光ダイオードは，わずかな電力で鮮やかな輝きが得られ，また高速で点滅できるので，一般の表示用ランプとして使われるほか，光ファイバを伝送路とする光通信の発光素子としても使われる。

図39は，光通信用発光ダイオードの例である。pコンタクトとnコンタクトとの間に電圧が加わると，発光領域において発光する。その光は，球レンズを通して外部に取り出される。

太陽電池　太陽電池は，太陽の光エネルギーを電気に直接変換するもので，図40のような構造になっている。

図の受光面から太陽光を受けると，その光エネルギーによってp形の部分とn形の部分との間に，起電力が発生する。1個の電池から得られる起電力は約0.5［V］で，出力は40［mW］に達するものもある。実際に使用するときには，数十個から数百個の電池を直列

や並列に接続して，必要な電圧や電流が得られるようにする。

太陽電池は，無人灯台や無人中継所の電源，人工衛星に積む無線機器の電源として使われている。

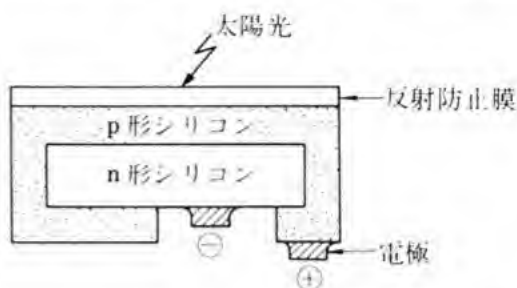



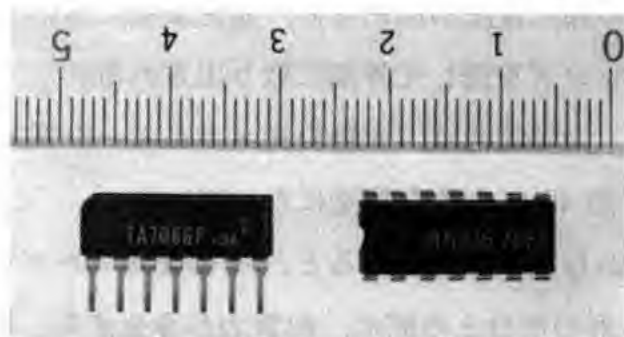
図 40　太陽電池

(7) 集積回路

集積回路 (integrated circuit: **IC**)は，小さな基板に，トランジスタ・ダイオード・抵抗・コンデンサなどの各素子の部分を作り，これらを単独に，または組み合わせることによって，いろいろな働きをする電子回路を構成するものである。図41はこの例である。

ICには，素子の数を増して，複雑な電子回路を構成する**高密度集積回路*** (large scale integrated circuit: **LSI**), **超大規模集積回路**** (very large scale integrated circuit: **VLSI**) とよばれるものがある。

集積回路の実現によって，時計・テレビジョン受信機・電子式卓上計算機・電子計算機などは，小形化され，なおかつ信頼性が増し，安価にできるようになった。

図 41　集積回路

*　素子の数が100以上の集積回路。

**　素子の数が100000以上の集積回路。

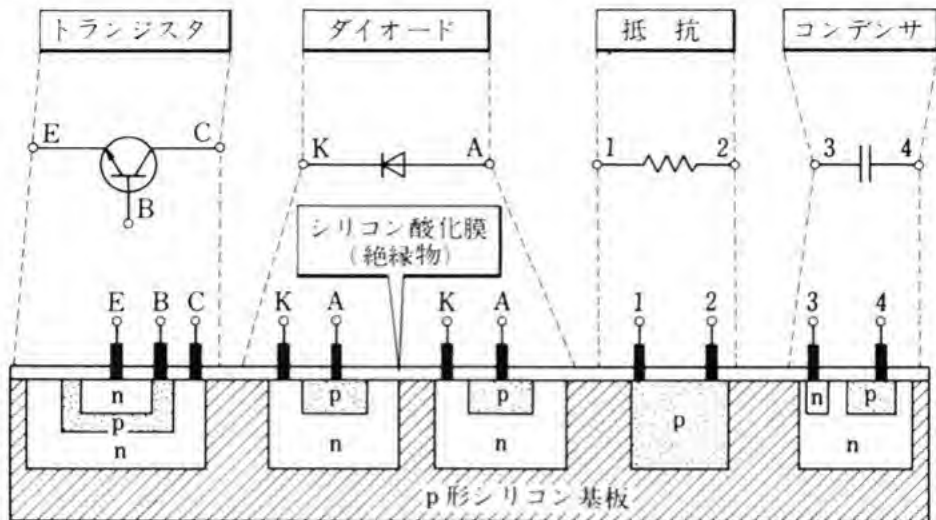



図 42　バイポーラ IC の構成例

IC には，構造上から分類すると，次のような種類がある。

半導体 IC─┬─バイポーラ IC：バイポーラトランジスタが中心
　　　　　└─MOS IC　　：MOS 形 FET が中心

混　成 IC─┬─薄膜 IC　　：蒸着法で作る。
　　　　　└─厚膜 IC　　：印刷法で作る。

図 42 は，バイポーラ IC の構成例を示したものである。つまり，p 形シリコン基板の中に不純物を拡散し，n 形半導体と p 形半導体の部分を作る。そして，トランジスタを中心的な素子として，これにダイオード，抵抗，コンデンサなどを結合した回路が構成されている。

なお，IC を機能面から分類すると，ディジタル時計などのディジタル回路に使われている**ディジタル IC** (digital IC) と，テレビジョン受信機などの増幅回路に使われている**リニア IC** (linear IC) とがある。

(8)　半導体素子の形名

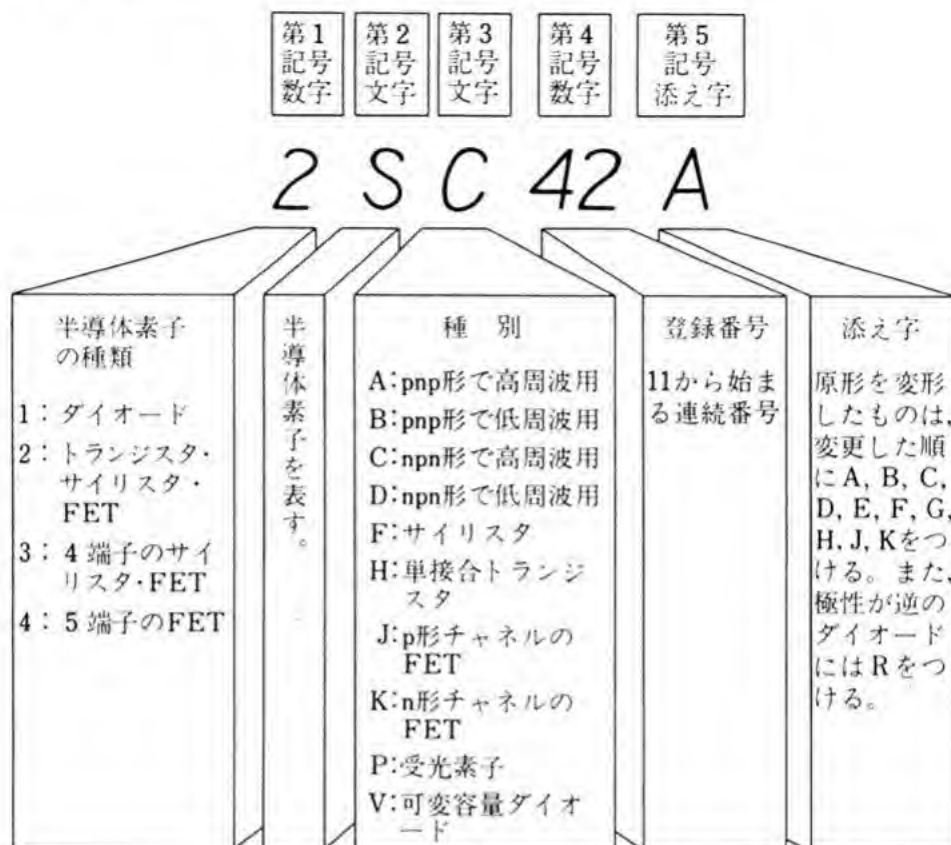
半導体素子の形名は，JIS によって決められており，図 43 のよう

（「JIS C 7012-1982 個別半導体デバイスの形名」により作成）

図 43　半導体素子の形名

に書き表す。図の2 SC 42 A は，npn 形高周波用トランジスタ，登録番号 42，改良の最初のものである。

問　　題

1. ダイオードおよびトランジスタを使用するとき，どんなことに注意したらよいか。

2. npn 形および pnp 形トランジスタを，ダイオードの図記号を使って表せ。

3. 図 44 は，次のような最大定格をもつトランジスタの V_{CE}-I_C 特性曲線である。このトランジスタの使用範囲を図示せよ。

$V_{CE}=-30$ [V],

$I_C=-800$ [mA],

$P_C=600$ [mW]

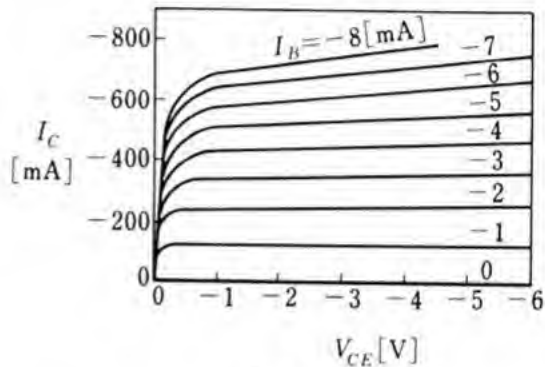
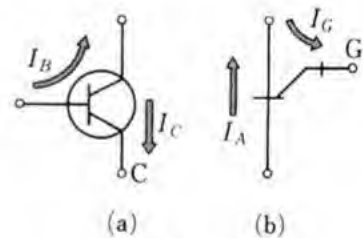



図 44

4. npn 形トランジスタと，SCR とを比較して，次の問いに答えよ。

(1) それぞれの図記号を，図 45 (a), (b) に示すが，不足している部分を補え。

(2) 図 45 (a), (b) で，電極間を流れる電流の向きが間違っているものがある。正しく直せ。

図 45

(3) 次の文章で，間違っているのはどれか。

① ベース電流 I_B を流すと，コレクタ電流 I_C が流れる。

② コレクタ電流 I_C は，ベース電流 I_B に比例する。

③ ゲート電流 I_G を流すと，アノード電流 I_A が流れる。

④ ゲート電流 I_G を 0 [A] にすると，アノード電流 I_A も 0 [A] になる。

⑤ トランジスタより SCR の方に，高耐電圧・大電流のものがある。

5. 図 46 (a) の回路で，端子 ①，② および端子 ③，④ 間に，図 46 (b), (c)

の V_{12}, V_{34} の電圧を加えたとき，出力はそれぞれどのようになるか，図示せよ。

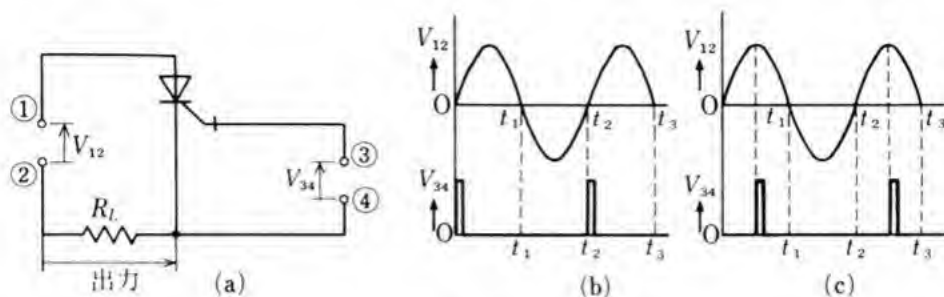



図 46

6. 接合形 n 形チャネル FET と，npn 形トランジスタとを，電極名，電圧の加え方，動作について比較せよ。

7. 図 35 で，銅とサーミスタの温度が 1 [°C] 上昇すると抵抗は何オーム変化するか。測定範囲で平均して求めよ。

8. 次の用語を説明せよ。

価電子　　正孔　　空乏層　　順方向電圧　　定電圧ダイオード

可変容量ダイオード　　FET　　ホトダイオード

半導体を使った回路

この節の目標　前節では，ダイオードには整流作用があり，トランジスタには増幅作用があること，またICの構造や特徴について学んだ。

ここでは，ダイオードとコンデンサを使った直流電源回路や，トランジスタ・ICを使ったアナログ回路・ディジタル回路について調べる。

1. 直流電源回路

テレビジョン受信機や電子計算機などの電子機器を動作させるには，電力を供給する直流電源が必要である。

直流電源には，電池のほかに，単相交流を直流に変える装置がある。ここでは，ダイオードとコンデンサを使って，交流を直流に変

図1 半導体を使った回路

える直流電源回路について調べる。

(1) 半波整流回路

図2(a)の回路で，変圧器の一次側に周波数50 [Hz]，実効値100 [V]の交流電圧* を加えると，二次側の端子A, B間には，図(b)のような最大値22.6 [V]，周期20 [ms]の交流電圧 v が現れる。

t が0 [ms]から10 [ms]までの半周期間では，端子Aが端子Bより電位が高くなるため，Dには順方向電圧が加えられた状態となり，抵抗 R に電流が流れる。

t が10 [ms]から20 [ms]までの半周期間では，端子Aが端子Bより電位が低くなるため，Dには逆方向電圧が加えられた状態となり，R には電流が流れない。

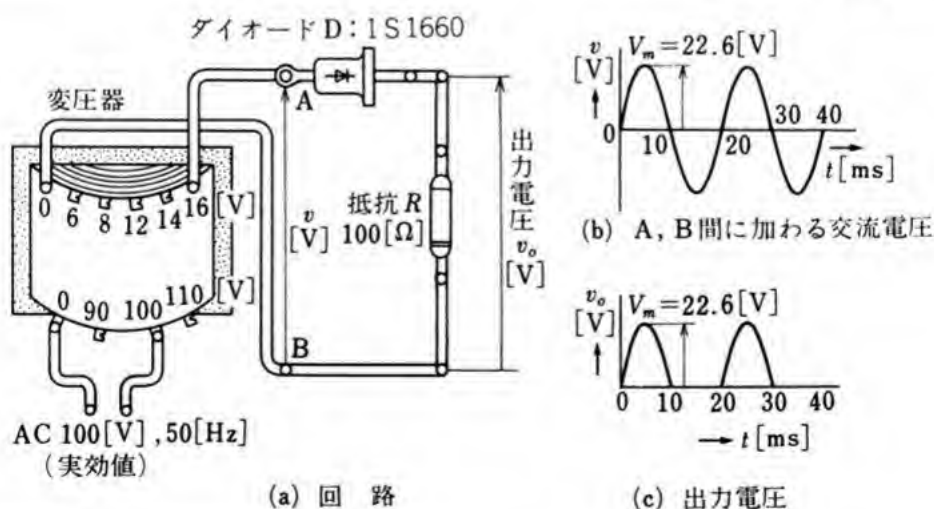
したがって，R の端子電圧，すなわち出力電圧 v_o は，図(c)に示した v の半周期間だけが取り出せる。図(a)の回路を**半波整流回路** (half-wave rectification circuit) という。

半波整流回路は，回路は簡単であるが，交流電圧の半周期間だけ

図2　半波整流回路

(a) 回　路

(b) A, B間に加わる交流電圧

(c) 出力電圧

* 交流電圧・交流はすべて正弦波とする。

しか直流電圧として利用できない欠点がある。

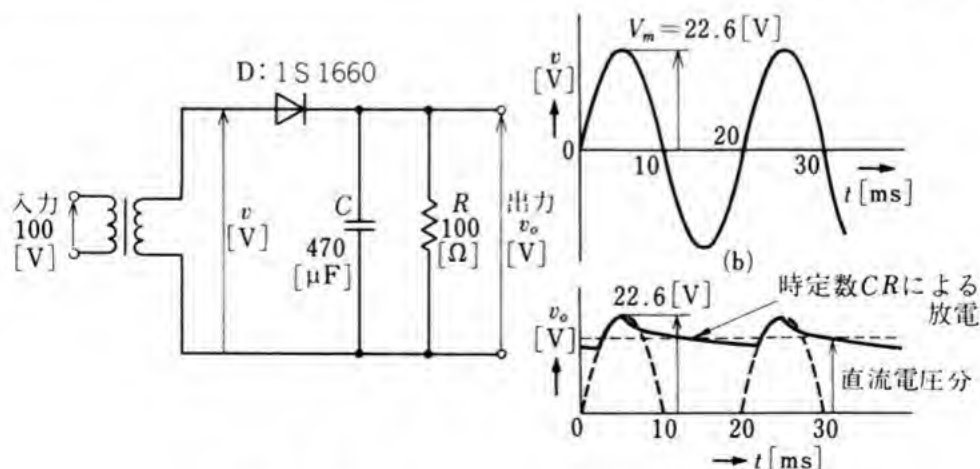
平滑回路　図2 (a) の回路では，図 (c) に示した出力電圧が取り出せる。この出力電圧は，向きは変わらないが大きさが周期的に変わっているので，**脈動電圧** (pulsating voltage) とよばれる。

図3 (a) は，図2 (a) の回路を図記号で表し，さらに，コンデンサ C を接続した回路である。

コンデンサ C は，図3 (c) のように，図 (b) の v の最大値まで充電される。そして，ダイオードの入力電圧 v が，ダイオードの出力電圧 v_o より低いとき，つまり，$v<v_o$ を満足する時刻では，C に充電された電圧が抵抗 R を通じて放電される。したがって，出力電圧は，図 (c) の実線で示され，脈動電圧の変動がかなり減少する。水平な破線は，この出力電圧の平均の値である。

一般に，直流出力側の高調波を除去して，滑らかな直流出力電圧を得る回路を**平滑回路** (smoothing circuit) という。

平滑回路において，抵抗 R を一定にして，コンデンサ C の容量を大きくすれば，出力はさらに滑らかになる。しかし，C の容量が

図3 平滑回路

(a) 回　路　　(c) 平滑回路の出力電圧

大きすぎると，充電時に大きな電流が流れ込むため，ダイオードを破損するおそれがある。

なお，ダイオードの逆耐電圧は，入力電圧が負で $|v|$ が最大になるときに，$|v|$ の最大値にコンデンサ側からの電圧が加わるから，ほぼ $|v|$ の最大値の2倍となる。

問 1. 図2 (a)，図3 (a)で，ダイオードに加わる逆耐電圧は何ボルトか。

(2) 全波整流回路

図2 (a)の半波整流回路では，半周期間しか利用できなかった。そこで，図4のように，ダイオード4個をブリッジ形に接続し，交流の全周期にわたって整流する。これを，**全波整流回路** (full-wave

図 4　全波整流回路

D_1, D_2, D_3, D_4：1S1660

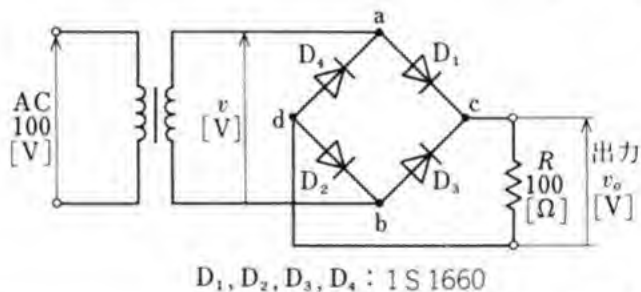



図 5　全波整流回路の動作と出力電圧

(a) 動　作

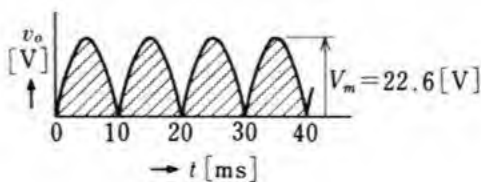
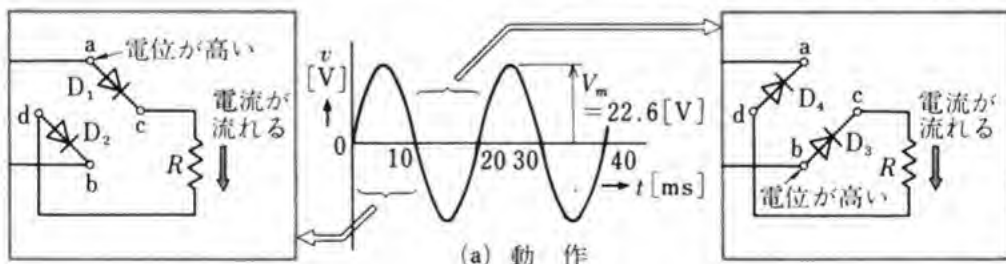
(b) 出力電圧

rectification circuit）という。

図5(a)において，0［ms］から10［ms］の間のように，交流電圧 v が正のところでは，点aが点bより電位が高くなる。したがって，このときには，$D_1 \rightarrow R \rightarrow D_2$ の回路に，順方向電圧が加わり，点cから R を通って点dに向かって電流が流れる。

また，10［ms］から20［ms］の間のように，交流電圧 v が負のところでは，点bが点aより電位が高くなる。したがって，このときには，$D_3 \rightarrow R \rightarrow D_4$ の回路に，順方向電圧が加わり，点cから R を通って点dに向かって電流が流れる。

つまり，抵抗 R の端子からは，図(b)のように，交流電圧の全周期にわたって，向きが変わらない出力電圧を取り出すことができる。

問 2. 図4の回路に，交流電圧 v が正のときと，負のときに，回路を流れる電流を実線と破線で示せ。

問 3. 図4の回路に，図3(a)の平滑回路を接続せよ。このとき，出力電圧 v_o は，どうなるか。v と対応させて図示せよ。

2. 増幅回路

小さな入力信号* を，大きな出力信号として取り出すことは，**増幅**（amplification）とよばれ，増幅を行う回路は，**増幅回路**（amplifying circuit）とよばれる。ここでは，トランジスタとICによる増幅回路，その動作，および入力と出力の比で表される増幅度などについて調べる。

(1) トランジスタ増幅回路のしくみ

図6の回路で，入力端子1, 2間に，振幅 $v_i=10$［mV］，周波数

* マイクロホンなどの音声交流や交流電圧を，信号電流，信号電圧という。

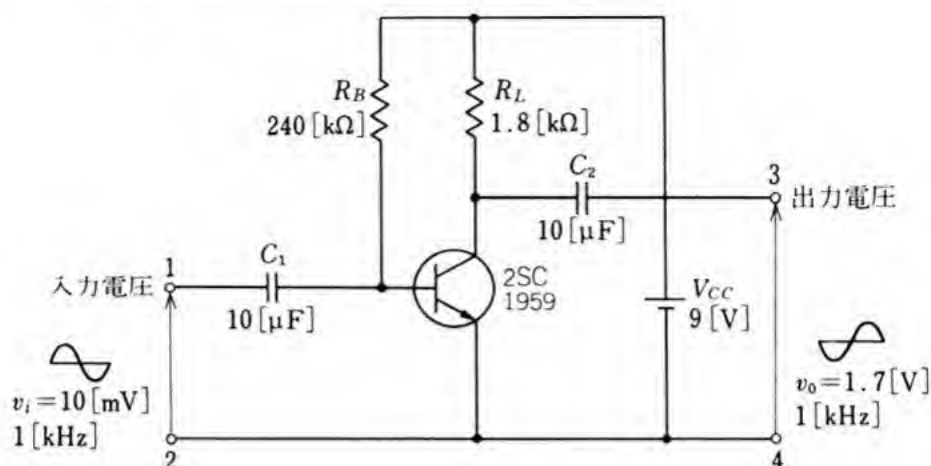



図6 増幅回路

1 [kHz] の正弦波交流電圧を加えると，出力端子3，4間から，振幅 v_o=1.7 [V]，周波数1 [kHz] の正弦波交流電圧を取り出すことができる。この場合には，振幅の小さな入力電圧を振幅の大きな出力電圧として取り出しているので，電圧増幅回路という。増幅回路には，このほかに，電流の増幅を目的とした電流増幅回路，低い周波数の交流電力の増幅を目的とした低周波電力増幅回路など，増幅の目的に応じていろいろな種類がある。また，増幅回路には，エネルギー供給源として図6 の V_{CC} のような直流電源が必要である。増幅回路と直流電源を含めたものは，増幅器とよばれる。

次に，増幅回路の中の直流回路について調べてみる。

(2) バイアス回路

トランジスタの増幅回路は，直流分，すなわち直流電圧や直流に，交流分，すなわち交流電圧や交流が，図8(b)②，③のように加え合わさった形で動作している。

ここで，直流分の電圧 V_{BE}, V_{CE} を**バイアス電圧** (bias voltage)，直流分の電流 I_B, I_C を**バイアス電流** (bias current) という。これらは単に**バイアス** (bias) ということもある。

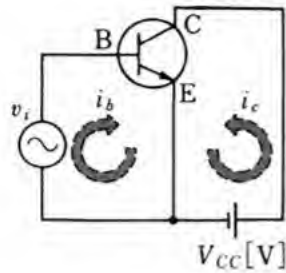
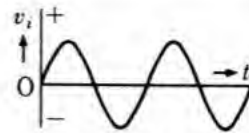
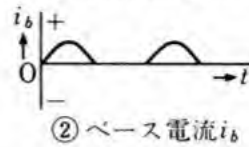
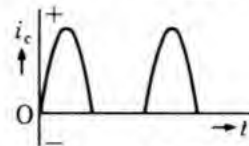
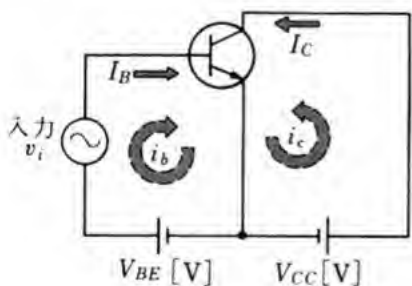
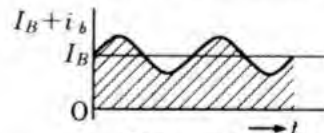
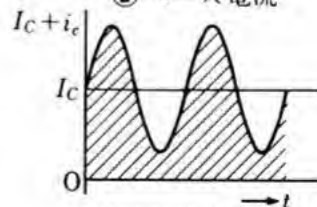
(a) 回 路

(b) 各部の波形

図 7 B, E 間に入力交流電圧だけを加えた場合

このように，バイアスを与える回路を**バイアス回路** (bias circuit) という。

バイアスの必要性 図 7 (a) のように，コレクタ・エミッタ間に直流電圧 V_{CC} を加え，図 (b) ① のような入力交流電圧 v_i をベース・エミッタ間に加える。ベース・エミッタは，pn 接合になって

図 8 B, E 間に入力交流電圧と直流電圧を加えた場合

(a) 回 路

(b) 各部の波形

いるから，v_i が正の半サイクルだけ順方向になり，図(b)②に示すベース電流 i_b が流れる。したがって，179ページの1)，2) より，コレクタ電流 i_c は，i_b が流れたときだけ流れるので，図(b)③に示す増幅された半周期の電流になる。

そこで，図8(a)のように，エミッタ・ベース間に直流電圧 V_{BE} を加えることを考える。この場合，図8(b)①に示す入力交流電圧が加わると，ベース電流 (I_B+i_b) は②で示され，コレクタ電流 (I_C+i_c) は，③のように，入力交流電圧の波形と同様に変化する。

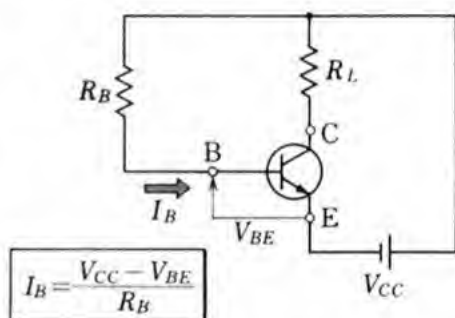
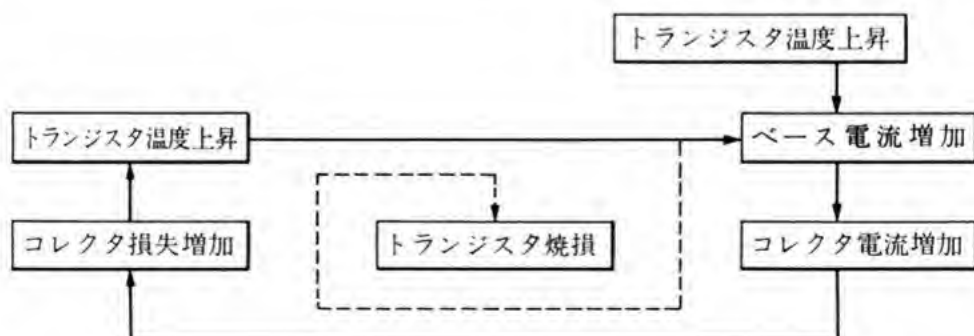
固定バイアス回路　図8(a)の回路では，V_{BE}, V_{CC} の2個の電源を使っているが，図9のように，抵抗 R_B を接続することによって，電源は1個でよくなる。すなわち，バイアス電流 I_B は，電源 V_{CC} から R_B を通って流れる。このときのバイアス電流 I_B の値は，次のように表される。

$$I_B=\frac{V_{CC}-V_{BE}}{R_B} \qquad (1)$$

図9　固定バイアス回路

ここで，V_{BE} の値は，図9の静特性からわかるように，I_B の変化によって変わるが，V_{BE} の大きさは1[V]未満であり，電源電圧

図10　熱暴走

V_{CC}の値に比べて小さい。

したがって，I_Bは近似的に（2）で表される。

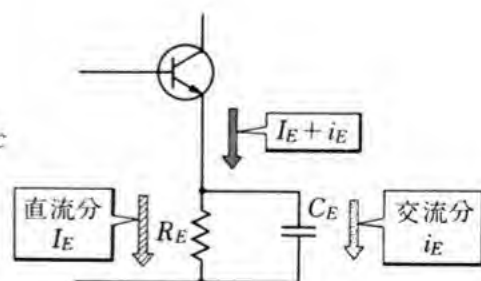
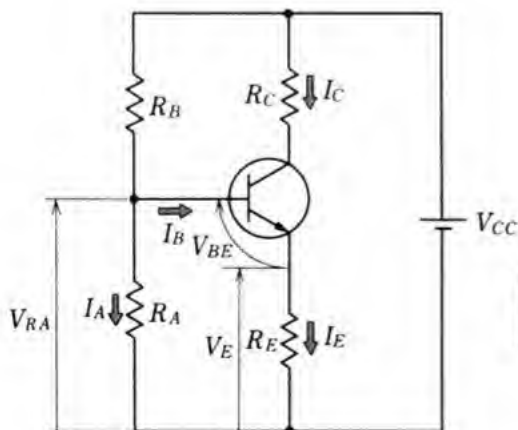
$$I_B \fallingdotseq \frac{V_{CC}}{R_B} \qquad (2)$$

つまり，バイアス電流I_Bは，V_{CC}が一定である限り，R_Bだけによってほぼ決まり，トランジスタの内部変化に関係することなく固定されるので，この回路は，**固定バイアス回路**（fixed bias circuit）とよばれる。

固定バイアス回路は，回路が簡単で消費電力も少ない。しかし，温度の影響が強く，増幅の動作が不安定になったり，トランジスタが温度上昇で焼損されることがある。

トランジスタが焼損される過程は，トランジスタの**熱暴走**（thermal runaway）とよばれる。図10は熱暴走を示したもので，トランジスタの温度上昇が，ベース電流，コレクタ電流，コレクタ損失の増加となり，さらにトランジスタの温度を上昇させ，ベース電流の増加となる。この繰り返しにより，やがてはトランジスタが焼損する。

電流帰還バイアス回路　固定バイアス回路の熱暴走を避けるた

図 11　電流帰還バイアス回路　　図 12　バイパスコンデンサ

めに，図11に示すような回路が考えられた。この回路は，**電流帰還バイアス回路**（current feedback bias circuit）とよばれ，バイアス回路として，最も一般的に使われている。

この回路が固定バイアス回路と違う点は，R_A と R_E を接続したことである。ここで，R_A と R_B は，電源電圧 V_{CC} を分割するもので**ブリーダ抵抗**（bleeder resistance）とよばれる。また，R_E は**エミッタ抵抗**（emitter resistance），または**安定抵抗**（ballast resistance）とよばれ，バイアスを安定にする働きがある。

この回路の動作を次に述べる。

1）ベース電流 I_B の10倍以上の電流 I_A をブリーダ抵抗 R_A に流すと，そのために，ベース電流が変化しても，R_A の端子電圧 V_{RA} がほぼ一定に保たれるようになる。

バイアス電圧 V_{BE} は，V_{RA} と V_E の差であり，次のように表される。

$$V_{BE}=V_{RA}-V_E=V_{RA}-R_E I_E$$

2）トランジスタの温度が上昇すると，コレクタ電流 I_C が増加し，エミッタ電流 I_E も増加するから，$R_E I_E$ も増加し，V_{BE} が減少する。

3）V_{BE} が減少すると，ベース電流 I_B も減少するので，コレクタ電流 I_C の増加が抑えられる。

このように，電流帰還バイアス回路は，回路が複雑で，消費電力も多いが，温度変化による安定度が良い。

なお，実際の電流帰還バイアス回路では，エミッタ抵抗 R_E に交流分が生じ，出力が低下する。そこで，図12のように，R_E と並列に，交流分だけを流すためのコンデンサを接続する。このコンデンサの静電容量 C_E は，一般に50～200［μF］程度である。

このコンデンサは，その使い方から**バイパスコンデンサ**（by-pass condenser）とよばれる。

問 4．図6の増幅回路の抵抗 R_B は，どんな働きをするか。また，R_B を取り去ると，出力波形はどうなるか。

5 **問 5**．図8で，交流分のベース電流 i_b が，直流分のベース電流 I_B より大きいと，出力交流電圧の波形はどうなるか。

（3） 特性曲線による増幅回路の動作

トランジスタの電圧と電流の関係は，静特性曲線で表すことができたが，この特性曲線を利用して，図6の増幅回路の動作を調べる。

10 **直流負荷線**　図6の回路で，直流分だけを取り出して示した図が図13であり，コレクタ電圧 V_{CE} は，次のように表される。

$$V_{CE}=V_{CC}-R_LI_C \qquad (3)$$

等式（3）の V_{CE} と I_C の関係を，V_{CE}-I_C 特性曲線上に，次のようにしてかいたものが，図14の直線 AB である。

15 1） $V_{CE}=0$ のときの I_C を求める。これを点 A とする。

$$I_C=\frac{V_{CC}}{R_L}$$

2） $I_C=0$ のときの V_{CE} を求める。これを点 B とする。

図6の場合，1)，2) から，点 A は $I_C=5$ [mA]，点 B は $V_{CC}=V_{CE}=9$ [V] となる。

図 13　図6の直流分

20 3） 点 A と点 B を直線で結ぶ。

したがって，等式（3）を満たす V_{CE} と I_C は，いつもこの直線

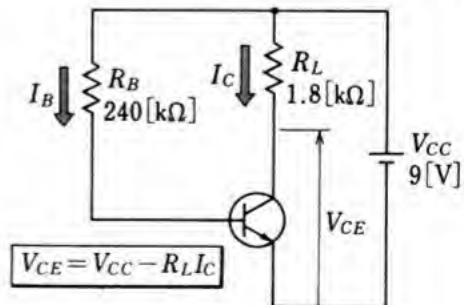
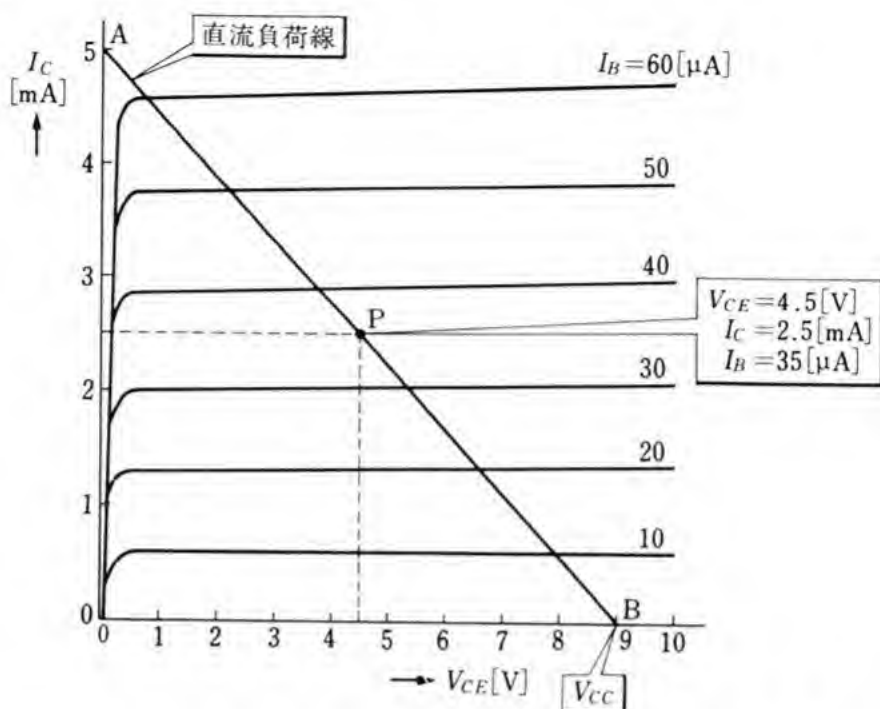



図 14　直流負荷線

上にある。この直線 AB は，傾きが負荷抵抗 R_L によって決まるから，**直流負荷線** (DC load line) とよばれる。

動作点　振幅の大きな交流をひずみなく増幅するには，出力交流電圧 v_o が V_{CE} を中心に振れるようにすればよい。したがって，V_{CE} の値は直流負荷線 AB を2等分した点 P にくるように決める。この点 P を**動作点** (operating point) という。I_B, I_C の値は，動作点から読み取ることができる。

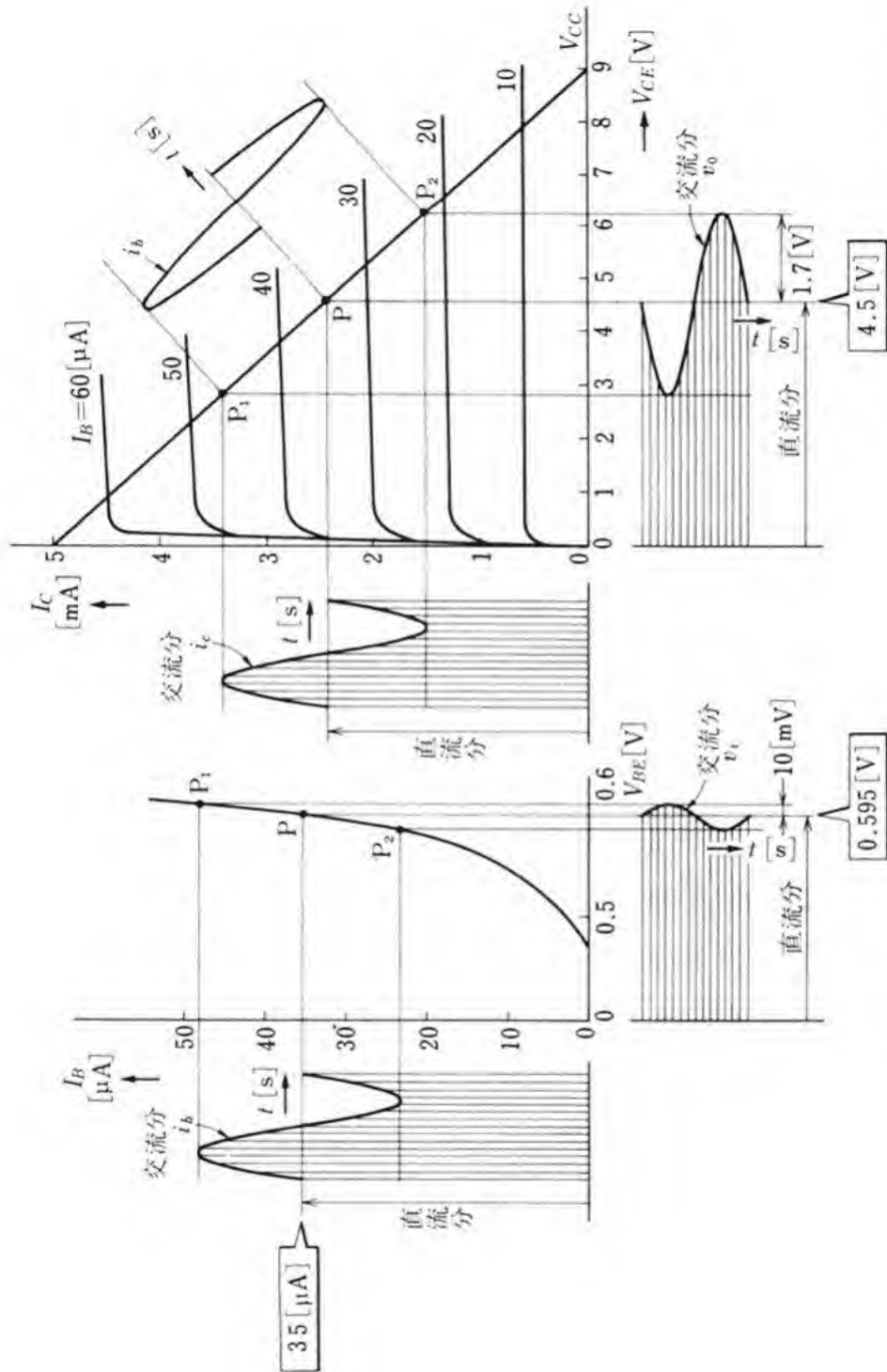
図 14 の場合には，$V_{CE}=4.5$ [V]，$I_C=2.5$ [mA]，$I_B=35$ [μA] となる。

動特性　図 15 は，図 6 で用いたトランジスタの静特性に対して，回路の動作状態を負荷線上に表したもので，**動特性** (dynamic characteristic) とよばれる。次の内容が，図 6 の動特性である。

1)　V_{BE}-I_B 特性上に，I_B が 35 [μA] のときの V_{BE} の値が 0.595

(a) V_{BE} - I_B特性

(b) V_{CE} - I_C特性

図 15 動 特 性

[V] であるから，v_i は，0.595 [V] を中心にして，振幅 10 [mV] の変化をする。すなわち，v_i は，動作点 P を中心に，P_1 と P_2 の間で変化する。したがって，i_b は，$I_B=35$ [μA]を中心に，振幅が 13 [μA] の変化をする。

2)　V_{CE}-I_C 特性の直流負荷線上に，i_b, i_c, 出力 v_o の変化を，それぞれ動作点 P を中心に，P_1 と P_2 の間に入るように表すことができる。コレクタ・エミッタ間の電圧は，直流電圧 V_{CE} が 4.5 [V] であるから，交流分 v_o が，4.5 [V] を中心にして，振幅 1.7 [V] の変化をする。したがって，図 6 の回路の出力電圧は，コンデンサ C_2 で直流分が阻止されるので，振幅が 1.7 [V] の交流分だけである。

以上のことから，図 6 の増幅回路は，直流分を中心に交流分が加わり合う形で動作するが，交流分の出力電圧は，入力電圧の 170 倍に増幅されている。また，入力電圧と出力電圧を比べると，正負の関係が逆になっている。すなわち，180° の位相差があり，入出力の位相が反転していることがわかる。

(4)　増幅度と利得

入力交流電圧* V_i に対する出力交流電圧 V_o の比を **電圧増幅度** (voltage amplification) といい，一般に，1より大きい場合である。このほかに，電流* や電力* を使って増幅度を考えることもできる。電圧増幅度 A_v, **電流増幅度** (current amplification) A_i, **電力増幅度** (power amplification) A_p は，それぞれ，次の等式で表される。

$$A_v=\frac{V_o}{V_i},\quad A_i=\frac{I_o}{I_i},\quad A_p=\frac{P_o}{P_i}$$

また，増幅度の代わりに，増幅度の対数を使って出力と入力との

* この場合，電圧，電流，電力の大きさは，実効値である。

関係を表すこともある。そのときには，次のように表し，それぞれを**利得**（gain）とよぶ。利得の単位には，**デシベル**（decibel，単位記号 dB）が使われる。

電圧利得（voltage gain） $G_v = 20\log_{10}A_v$ [dB]

5 **電流利得**（current gain） $G_i = 20\log_{10}A_i$ [dB]

電力利得（power gain） $G_p = 10\log_{10}A_p$ [dB]

表1, 2は，増幅度と利得との関係を示す例である。

表 1

電圧増幅度・電流増幅度	利 得 [dB]
100	40
50	34
20	26
10	20
5	14
2	6
1	0
0.5	−6
0.1	−20

表 2

電力増幅度	利 得 [dB]
100	20
10	10
1	0
0.1	−10
0.01	−20

例題 **1**. 電圧増幅度が20であるという。電圧利得で示せばいくらになるか。

10 解答 $G_v = 20\log_{10}A_v = 20\log_{10}20 = 20\times(\log_{10}10 + \log_{10}2)$

$= 20\times(1 + 0.301) = 26.0$ [dB]

例題 **2**. 電力利得が20 [dB] であるという。電力増幅度で示せばいくらになるか。

解答 $G_p = 10\log_{10}A_p = 20$

15 $\log_{10}A_p = 2$

$A_p = 10^2 = 100$

周波数特性 図6の増幅回路において，入力電圧 v_i を一定の振幅に保ち，周波数を変化させて，出力電圧 v_o と v_i との比，すなわち電圧増幅度の変化を調べ，またこれを電圧利得に直して示したグラフが，図16である。この特性を増幅回路の**周波数特性** (frequency characteristic) という。

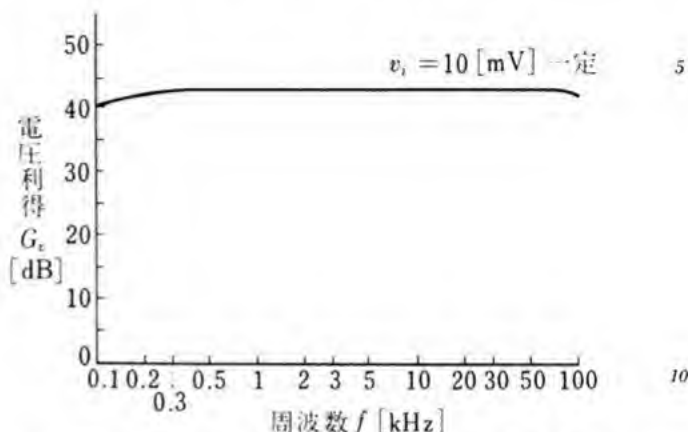



図 16 図6の回路における電圧利得の周波数特性

増幅回路では，必要な周波数の範囲で，増幅度または利得が一定であることが望ましい。回路特性がほぼ一定値を示すとき，この回路の周波数特性は良いという。

(5) トランジスタの等価回路

トランジスタ増幅回路の増幅度は，静特性に作図をして求めることができたが，増幅度を計算で求めることができれば非常に便利である。ここでは，そのために必要な h 定数と等価回路について調べる。

トランジスタの h 定数 増幅動作をさせる静特性の利用範囲は，静特性のほぼ直線部分である。そこで，静特性の直線範囲の一部の傾きを，数値として表したものが，**h 定数** (h constant) である。

図17は，4本の静特性を示しているが，この図から，四つの h 定数を，次のように定義することができる。

1) V_{CE}-I_C 特性曲線の傾きを，エミッタ接地の出力アドミタンスといい，h_{oe} で表す。

I_B を一定に保って，コレクタ電圧を ΔV_{CE} だけ変化させたときのコレクタ電流の変化を ΔI_C とすれば，h_{oe} は次の等式で定義される。

$$h_{oe}=\frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}}\,[\mathrm{S}] \quad ただし，I_B=一定$$

2) I_B-I_C 特性曲線の傾きを，エミッタ接地の電流増幅率といい，h_{fe} で表す。

V_{CE} を一定に保って，ベース電流を ΔI_B だけ変化させたときのコレクタ電流の変化を ΔI_C とすれば，h_{fe} は次の等式で定義される。

$$h_{fe}=\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \quad ただし，V_{CE}=一定$$

3) I_B-V_{BE} 特性曲線の傾きを，エミッタ接地の入力インピーダンスといい，h_{ie} で表す。

V_{CE} を一定に保って，ベース電流を ΔI_B だけ変化させたときのベース電圧の変化を ΔV_{BE} とすれば，h_{ie} は次の等式で定義される。

$$h_{ie}=\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}\,[\Omega] \quad ただし，V_{CE}=一定$$

4) V_{CE}-V_{BE} 特性曲線の傾きを，エミッタ接地の電圧帰還率といい，h_{re} で表す。

I_B を一定に保って，コレクタ電圧を ΔV_{CE} だけ変化させたときのベース電圧の変化を ΔV_{BE} とすれば，h_{re} は次の等式で定義される。

$$h_{re}=\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta V_{CE}} \quad ただし，I_B=一定$$

等価回路　トランジスタの交流に対する働きと置き換えること

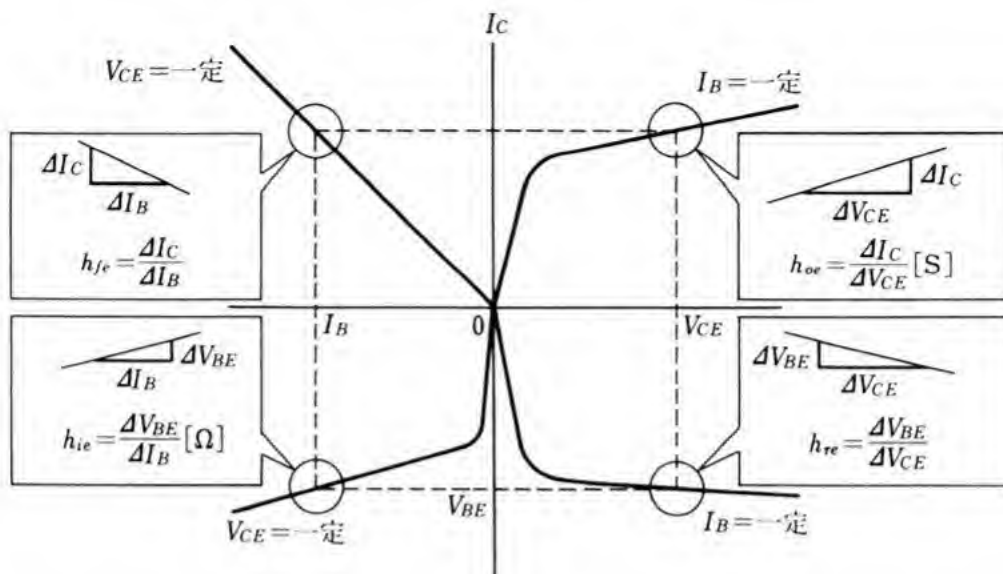



図 17 静特性曲線と h 定数

のできる，同じ働きをする別の回路を，トランジスタの等価回路といい，h 定数で表すことができる。図 18 は，トランジスタの交流分だけについて，入出力の交流電圧・電流を示したものである。

1) 入力側の等価回路

図 19 の V_{BE}-I_B 特性において，ΔV_{BE} は入力交流電圧の v_i に，ΔI_B は入力交流電流 i_i に相当するので，次の等式がなりたつ。

$$\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}=\frac{v_i}{i_i}=h_{ie}$$

ゆえに $$v_i=h_{ie}i_i$$

したがって，交流に対するベース・エミッタ間は，負荷抵抗を入力インピーダンス h_{ie} とする回路に等しく，入力側の等価回路は図 20 に示すことができる。

2) 出力側の等価回路

図 21 の V_{CE}-I_C 特性曲線において，ΔV_{CE} は出力交流電圧 v_o

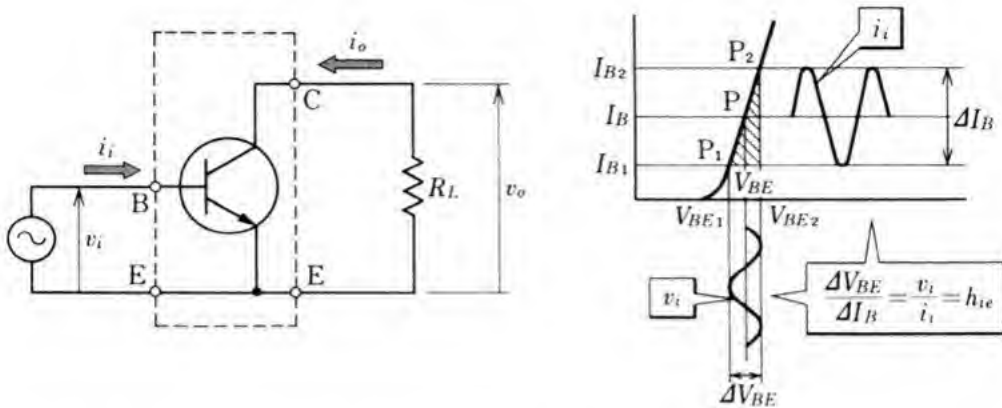



図 18 トランジスタの入出力交流電圧・電流 …… 図 19 v_i と i_i の関係

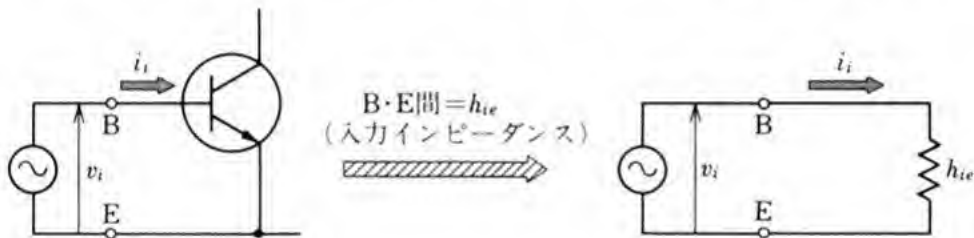



図 20 入力側の等価回路

に，ΔI_C は出力交流電流 i_o に，ΔI_B は入力交流電流 i_i に相当するので，次の等式がなりたつ。

$$\frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C}=\frac{v_o}{i_o}=R_L \qquad \text{ゆえに} \quad v_o=R_L i_o$$

$$\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}=\frac{i_o}{i_i}=h_{fe} \qquad \text{ゆえに} \quad i_o=h_{fe} i_i$$

5 ゆえに $$v_o=R_L h_{fe} i_i$$

したがって，交流に対するコレクタ・エミッタ間は，負荷抵抗 R_L に $h_{fe}i_i$ の電流を流す回路に等しく，出力側の等価回路は図 22 に示すことができる。なお，$h_{fe}i_i$ は負荷抵抗 R_L に一定の電流を流す源になるので，定電流源とよばれる。

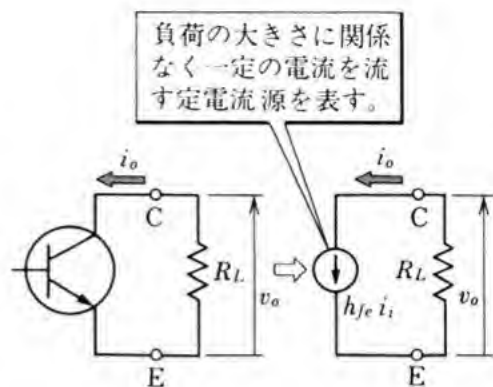
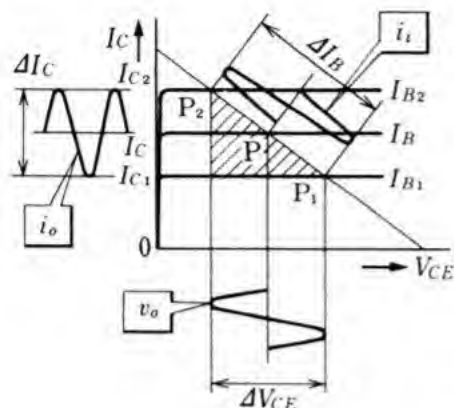



図 21　i_i, i_o, v_o の関係　　図 22　出力側の等価回路

3)　トランジスタの等価回路

図20と図22を一つにまとめれば，トランジスタ全体の等価回路ができ，図23で示すことができる。図23の等価回路は，$\dfrac{1}{h_{oe}} \gg R_L$* の場合なので，簡易等価回路とよばれるが，一般に広く利用できる。もし，$R_L \gg \dfrac{1}{h_{oe}}$ であれば，図24の等価回路を用いる。

4)　電圧増幅度

図23の簡易等価回路より，電圧増幅度 A_v は，入力電圧 v_i の実効値 V_i に対する，出力電圧 v_o の実効値 V_o の比であるから，次の等式で表される。

$$A_v = \frac{V_o}{V_i} = \frac{I_o R_L}{V_i} = \frac{h_{fe} I_i R_L}{h_{ie} I_i} = \frac{h_{fe}}{h_{ie}} R_L$$

---

*　$\dfrac{1}{h_{oe}} \gg R_L$ のとき，$\dfrac{\dfrac{1}{h_{oe}} R_L}{\dfrac{1}{h_{oe}} + R_L} \fallingdotseq R_L$ である。

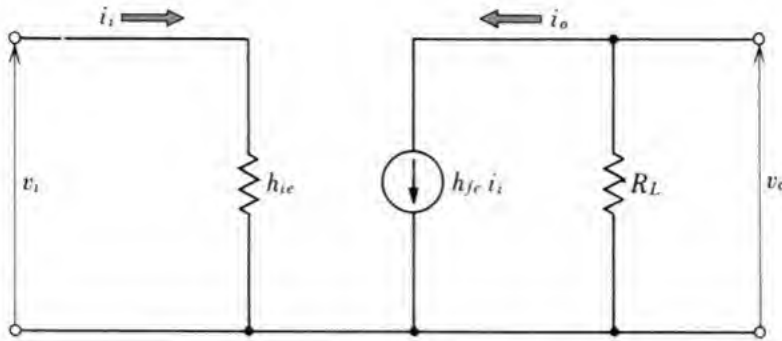



図 23 簡易等価回路

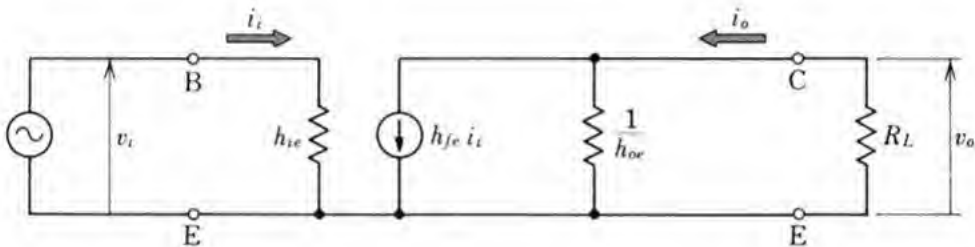



図 24 $R_L \gg \frac{1}{h_{oe}}$ のときの等価回路

ここで，I_i, I_o は，それぞれ i_i, i_o の実効値である。

なお，エミッタ接地回路で，低周波の小信号を扱う場合においては，トランジスタの等価回路では，次の等式がなりたつ。

$$\Delta I_C = \Delta I_{C1} + \Delta I_{C2} = h_{fe}\,\Delta I_B + h_{oe}\,\Delta V_{CE}$$

$$\Delta V_{BE} = \Delta V_{BE1} + \Delta V_{BE2} = h_{ie}\,\Delta I_B + h_{re}\,\Delta V_{CE}$$

上の等式において，V_{CE} が一定ならば $\Delta V_{CE}=0$ がなりたつから，$h_{fe}=\frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$，$h_{ie}=\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B}$ が，それぞれ導かれ，I_B が一定ならば，$\Delta I_B=0$ がなりたつから，$h_{oe}=\frac{\Delta I_C}{\Delta V_{CE}}$，$h_{re}=\frac{\Delta V_{BE}}{\Delta V_{CE}}$ が，それぞれ導かれる。これらの h_{fe}, h_{ie}, h_{oe}, h_{re} は，前に定義した四つの h 定数と等しい。

表 3 増幅回路の接地法と特徴

種　類	エミッタ接地	ベース接地	コレクタ接地
特徴＼回路図			
電流利得	大きい 数十倍	なし (=1)	大きい 数十倍
電圧利得	大きい 数千倍	大きい 数千倍	なし (=1)
電力利得	大きい 数千倍	中ぐらい 数百倍	小さい 数十倍
入力インピーダンス	中ぐらい 数百～数キロオーム	低い 数十オーム	高い 数百キロオーム
出力インピーダンス	中ぐらい 数十キロオーム	高い 数百キロオーム	低い 数百オーム
位相	反転する	同相	同相
周波数特性	良くない	良い	良い

(6) 増幅回路の接地法

トランジスタには，ベース・エミッタ・コレクタの三つの電極があるので，この中のどれを接地するかによって，3種類の基本回路が考えられる。表3に回路図とその特徴を示す。回路図には，直流分を除いて，交流分についての関係だけを示している。

(7) IC を使った増幅回路

増幅回路に使われる IC には，アナログ IC またはリニア IC とよばれるものがある。この代表的なものには，差動増幅回路を構成する IC と，演算増幅器がある。

図 25　差動増幅回路

差動増幅回路を構成する IC　図25の回路では，入力端子1, 2の入力電圧 v_l, v_r の増幅されたものが差になって，出力電圧 v_o として現れる。したがって，この回路は**差動増幅回路** (differential amplifying circuit) とよばれる。図25は，差動増幅回路の原理を示す図である。

いま，特性が等しい二つのトランジスタを使用し，$R_L=R_R$ とすると，それぞれのトランジスタに流れるコレクタ電流やコレクタ電圧は，同じ値をとる。ここで，電源電圧や周囲温度が変化しても，コレクタ電流やコレクタ電圧は変化するが，それぞれのトランジスタに共通に生じた変化は，互いに打ち消し合うので，出力には変化が現れない。しかし，実際には同じ特性をもつトランジスタが得られないなど，以上の条件が完全に満たされることはないけれども，

(a)

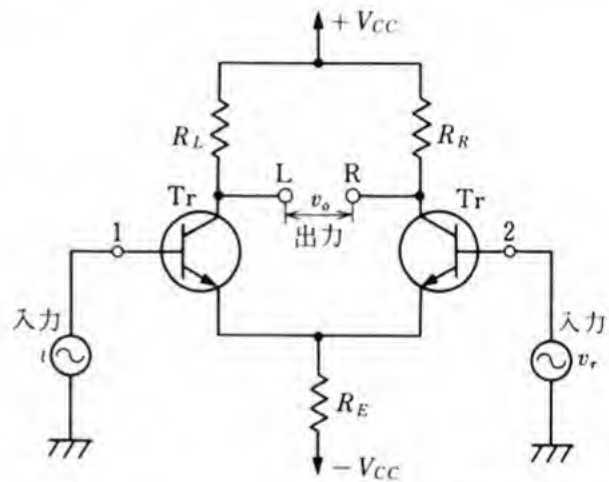
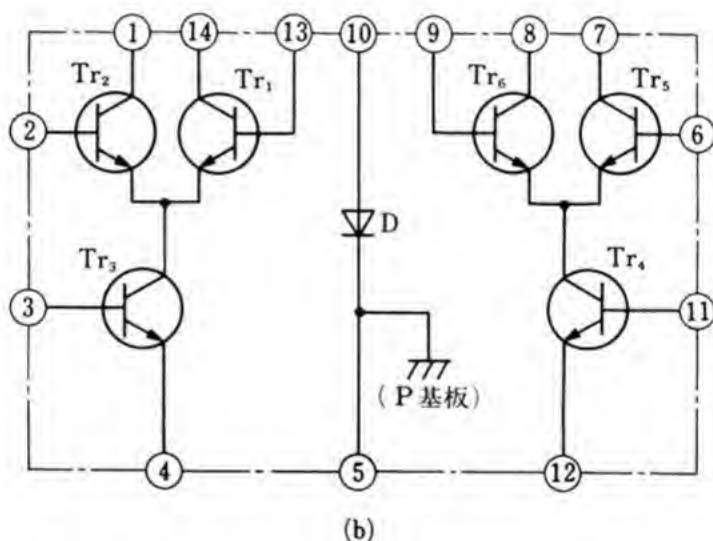
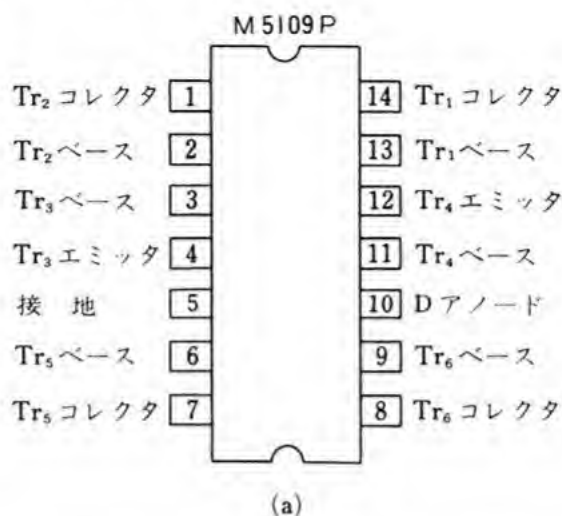
(b)

M 5109 P は，双差動増幅回路を構成しているアナログ IC の名称である。

図 26 双差動増幅回路

差動増幅回路は，電源電圧の変化や温度の変化による影響が比較的少なく，安定した増幅ができる。

図 26 は差動増幅回路を構成する IC の例である。図(b)において，トランジスタ Tr_1, Tr_2, Tr_3 からなる回路と，Tr_4, Tr_5, Tr_6 からなる回路とは，それぞれ差動増幅回路であり，対称的に二つ配置されているので**双差動増幅回路** (dual differential amplifying circuit) とよば

れる。それぞれの差動増幅回路の特性や機能は，ほとんど同じである。

このような回路は，よりいっそう複雑なIC回路の各部に広く使われている。

演算増幅器　演算増幅器(operational amplifier)は，最初，加算・減算などのアナログ演算回路に使われていた。しかし，増幅度が大きい，入力インピーダンスが大きい，出力インピーダンスが小さい，周波数特性が非常に良い，などの性質をもっているので，今では，直流増幅，交流増幅などにも広範囲に使われている。

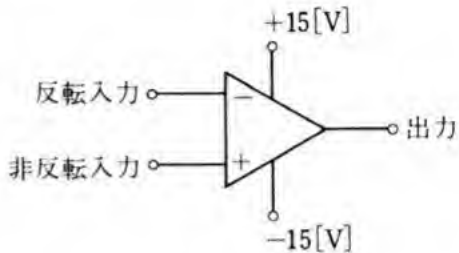



図 27　演算増幅器の図記号

図28は，演算増幅器を構成するICの例で，入力インピーダンスの大きいFETのほか，多数のトランジスタが使われている。二つの入力端子，すなわち，入出力の位相が反転する反転入力端子と入出力の位相が同相になる非反転入力端子，および一つの出力端子が

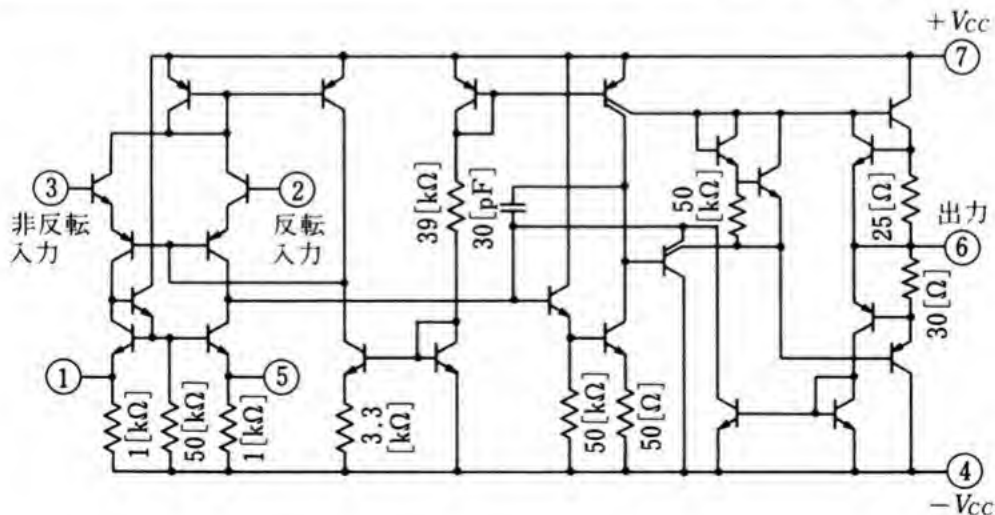
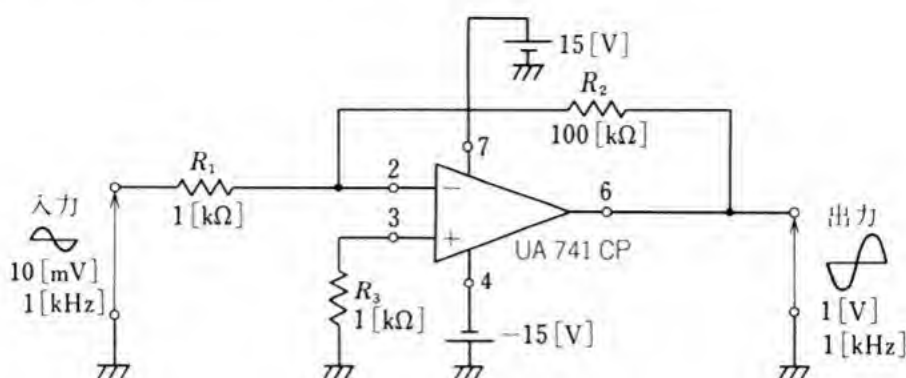
図 28　演算増幅器

UA 741 CP は，演算増幅器を構成している IC の名称である。

図 29 演算増幅器を使った増幅回路

ある。また，一般に，正電圧と負電圧を供給する二つの直流電源が必要である。図 27 は，演算増幅器の図記号である。

図 29 は，この IC を使った増幅回路の例である。この回路の電圧増幅度 A_v は，出力側の抵抗 R_2 と入力側の抵抗 R_1 との比で，次のように表される。

$$A_v=\frac{R_2}{R_1}$$

図 29 では，出力は位相が反転していると同時に増幅されているが，$R_1=R_2$ とすれば，$V_o=-V_i$ の符号反転回路となる。

なお，入出力を同相にするためには，R_3 の側の端子を入力端子とし，R_1 の側の端子を接地すればよい。

図 30 は，この IC を使った差動増幅回路の例である。入力 1 に加える電圧を V_{i1}，入力 2 に加える電圧を V_{i2} とすれば，出力電圧 V_o は次の等式で表される。

$$V_o=-\frac{R_2}{R_1}\ (V_{i1}-V_{i2})$$

ここで，$R_1=R_2$ とすれば，$V_o=-\ (V_{i1}-V_{i2})$ の減算回路となる。

演算増幅器は，簡単な回路構成で，演算回路や増幅回路にするこ

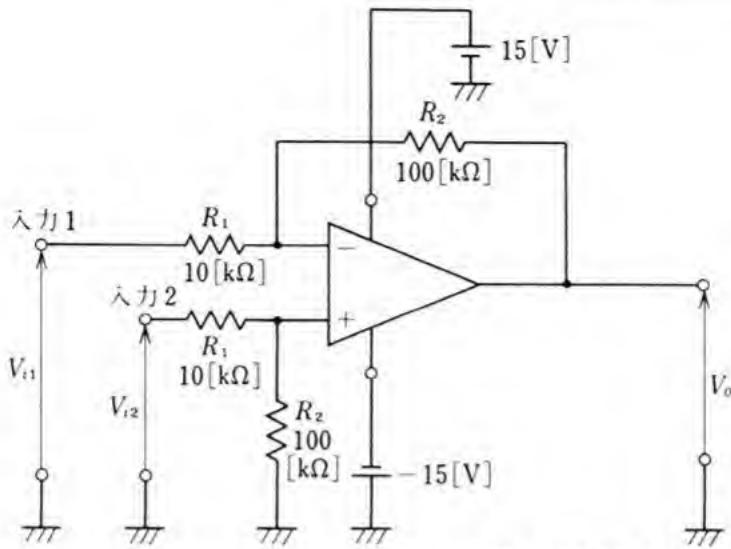



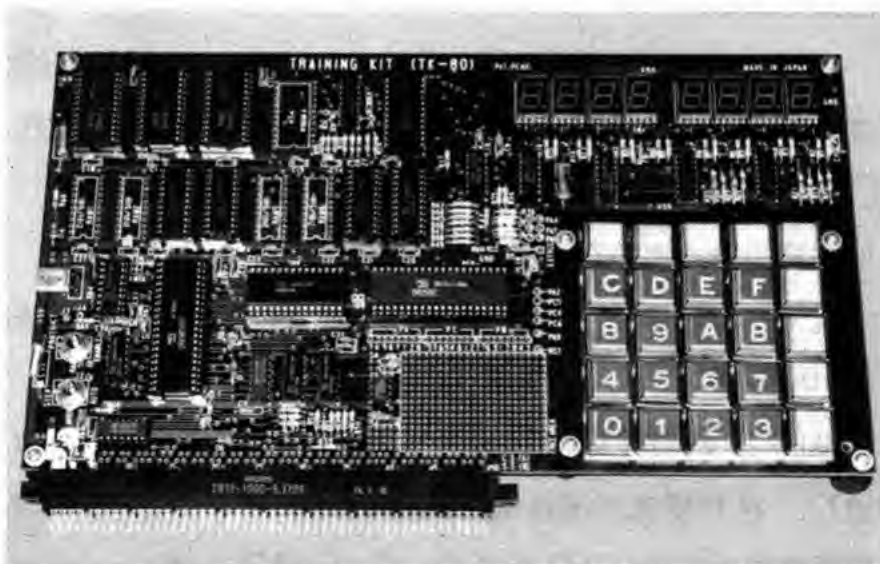
図 30 演算増幅器を使った差動増幅回路

とができ，また，消費電力も少なくてすむなど，多くの利点がある。

3. 論 理 回 路

(1) 論理回路の意味

電子計算機内部では，2進数字の“0”と“1”は電気信号の二つ

図 31 マイクロコンピュータ

の状態に対応する標識である。例えば，"0" は電流が流れない状態，"1" は流れる状態というように対応させる。

この二つの電気信号を入力や出力としている回路を**論理回路**(logic circuit) という。論理回路には，OR 回路，AND 回路，NOT 回路などがある。

(2)　O R 回 路

図32は，ダイオード D_1, D_2, 抵抗 R および端子 A, B, C, E からなる回路である。

1)　この回路は，端子 A, E 間に電圧 A [V] を加え，端子 B, E 間に電圧 B[V] を加えるとき，端子 C, E 間に現れる電圧 C [V] が，どのようになるかを考える回路である。

図 32　O R 回 路

2)　入力電圧が加えられる A, B を入力端子，出力電圧が取り出される C を出力端子といい，A [V], B [V] を入力電圧，C [V] を出力電圧という。

この回路では，次のことがなりたつ。

$A=0$ [V], $B=0$ [V] ならば，端子 A, B, C は同電位であるから，$C=0$ [V] になる。

$A=10$ [V], $B=0$ [V] ならば，D_1 には順方向電圧が加わり，D_1 は導通し，R に電流が流れる。D_1 が導通しているとき，ダイオードの内部抵抗はほぼ 0 [Ω] なので，$C=10$ [V] になる。

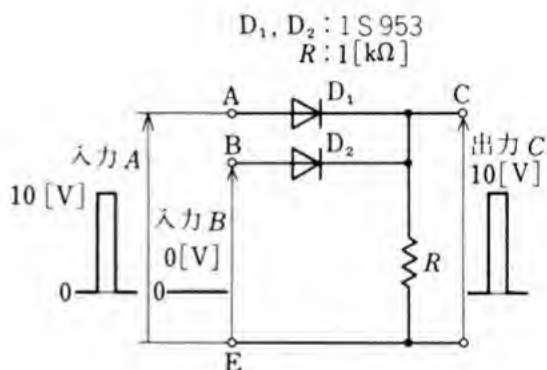
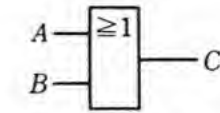



表 4 入出力電圧

入 力		出力
A [V]	B [V]	C [V]
0	0	0
10	0	10
0	10	10
10	10	10

表 5 真理値表

入 力		出力
A	B	C
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	1

(JISによる表示)

(MILによる表示)

図 33 OR 回路の図記号

$A=0$ [V], $B=10$ [V] ならば, D_2 が導通し, $C=10$ [V]になる。

$A=10$ [V], $B=10$ [V] ならば, D_1, D_2 はともに導通し, $C=10$ [V] になる。

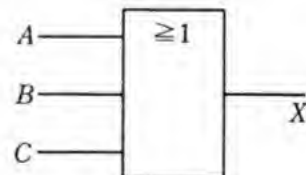
以上の入出力電圧の関係をまとめたものが, 表 4 である。

表 4 において, 電圧 0 [V] を 2 進数字 "0" に, 電圧 10 [V] を 2 進数字 "1" に対応させると, 表 4 は表 5 のように表すことができる。表 5 のような形で表した表を**真理値表*** (truth table) という。

さて, 集合 {0, 1} において, 二つ以上の入力変数のうち, 少なくとも一つが "1" のとき出力変数が "1" となる演算の結果を**論理和 (OR)** という。そして, これを実現する回路, すなわち, 二つ以上の入力端子と一つの出力端子をもち, 入力のうち少なくとも一つが "1" のとき, 出力が "1" となる回路を, **OR 回路** (OR circuit) という。

いま, 入力変数が二つ, したがって, 入力端子が二つの場合を考える。二つの入力変数を A, B とし, 出力変数を C とする。

図 34

このとき, A, B の論理和が C となることを次の等式で表す。

* 数学では, 真偽表または真理表といっている。

$$C = A \overset{オア}{+} B \quad または \quad C = A \overset{オア}{\vee} B \qquad (4)$$

また，図33が，この場合のOR回路の図記号である。

問 6.　図34の真理値表を作れ。

(3)　AND 回路

図35の回路で，$A=0$ [V]，$B=0$ [V] ならば，D_1, D_2 ともに順方向電圧が加わるので，R に電流が流れ，端子Cは端子A, Bと同電位になり，$C=0$ [V] となる。

$A=10$ [V]，$B=0$ [V] ならば，D_2 に順方向電圧が加わるので，R に電流が流れ，端子Cは端子Bと同電位になり，$C=0$ [V] になる。

$A=0$ [V]，$B=10$ [V] ならば，D_1 に順方向電圧が加わるので，R に電流が流れ，端子Cは端子Aと同電位になり，$C=0$ [V] になる。

$A=10$ [V]，$B=10$ [V] ならば，端子Cは端子

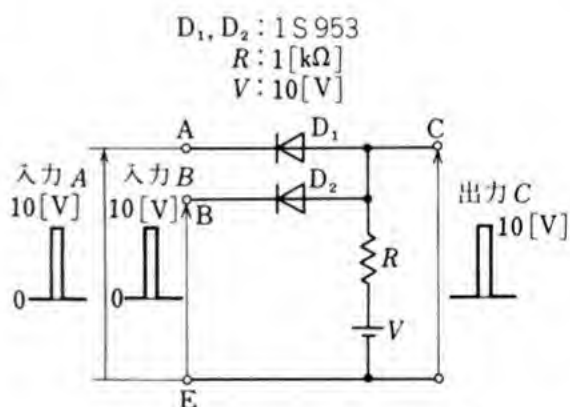



図35　AND 回路

表6　入出力電圧

入力		出力
A [V]	B [V]	C [V]
0	0	0
10	0	0
0	10	0
10	10	10

表7　真理値表

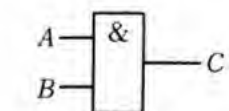
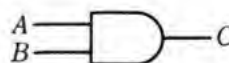
入力		出力
A	B	C
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

（JISによる表示）

（MILによる表示）

図36　AND 回路の図記号

A, B と同電位になり，$C=10$ [V] になる。

以上の入出力電圧の関係をまとめたものが，表6である。これより，表7の真理値表が得られる。

さて，集合 {0, 1} において，二つ以上の入力変数のすべてが "1" のときに限り，出力変数が "1" となる演算の結果を**論理積（AND）**という。そして，これを実現する回路，すなわち，二つ以上の入力端子と一つの出力端子をもち，入力がすべて "1" のときに限り，出力が "1" となる回路を，**AND 回路**（AND circuit）という。

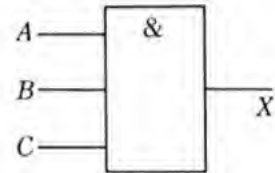
いま，入力変数が二つ，したがって，入力端子が二つの場合を考える。二つの入力変数を A, B とし，出力変数を C とする。

図 37

このとき，A, B の論理積が C となることを次の等式で表す。

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \quad \text{または} \quad \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} \qquad (5)$$

（アンド）

また，図36が，この場合の AND 回路の図記号である。

問 7. 図37の真理値表を作れ。

（4） N O T 回 路

図38の回路で，$A=0$ [V] ならば，ベースの電位 V_B [V] は -4

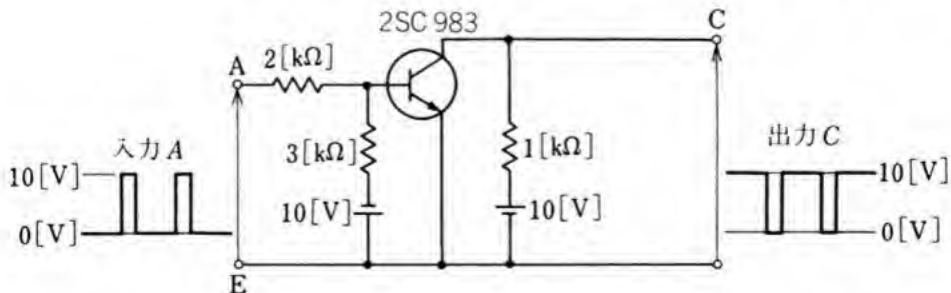



図38 N O T 回 路

[V]* になる。

つまり，トランジスタは逆方向にバイアスされるので，コレクタ電流は流れず，端子 C はコレクタ電源電圧の 10 [V] と同電位になり，C=10 [V] になる。

表 8 入出力電圧

入力	出力
A [V]	C [V]
0	10
10	0

表 9 真理値表

入力	出力
A	C
0	1
1	0

（JISによる表示）

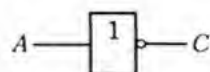
A ▷○ C

（MILによる表示）

図 39 NOT 回路の図記号

A=10 [V] ならば，ベースの電位は 2 [V]** となり，トランジスタは順方向にバイアスされるので，コレクタ電流が流れて，コレクタ・エミッタ間の電圧はほぼ 0 [V] になり，C=0 [V] になる。

入出力電圧の関係をまとめたものが，表 8 である。これより，表 9 の真理値表が得られる。

さて，集合 {0, 1} において，入力変数が "1"（または "0"）のとき，出力変数が "0"（または "1"）となる演算の結果を **否定 (NOT)** という。そして，これを実現する回路，すなわち，一つの入力端子

---

* バイアス電源電圧の −10 [V] が 2 [kΩ] と 3 [kΩ] の抵抗に分圧され，ベースの電位 V_B は，次のようになる。

$$V_B=\frac{2\,000}{2\,000+3\,000}\times(-10)=-4\ [\mathrm{V}]$$

** 右の図でキルヒホッフの第 2 法則より，$E_1+E_2=I(R_1+R_2)$，したがって，$20=I\times5000$，ゆえに，$I=0.004$[A] である。R_2 の電圧降下は，0.004×3000=12[V] であるから，ベースの電位は，12−10[V] すなわち 2[V]である。

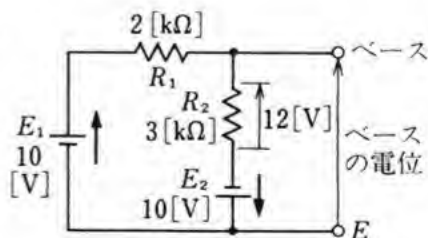
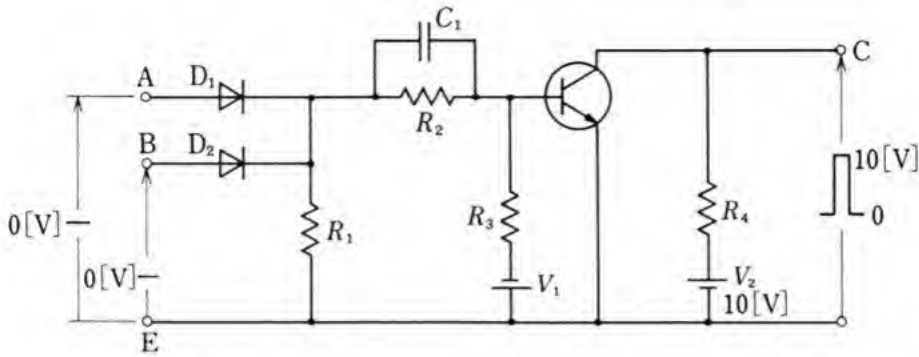



図 40　N O R 回 路

表 10　真理値表

入　力		出力
A	B	C
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	0

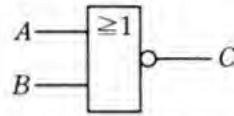



図 41　NOR 回路の図記号

と一つの出力端子をもち，入力が "1"（または "0"）のとき，出力が "0"（または "1"）となる回路を，**NOT 回路**（NOT circuit）という。

いま，入力変数を A，出力変数を C とすると，A の否定が C となることを次の等式で表す。

$$C=\overline{A} \quad (6)$$

また，図 39 が，NOT 回路の図記号である。

（5）N O R 回 路

図 40 の回路は，OR 回路と NOT 回路を結合したものである。

入力 $A=0$ [V]，$B=0$ [V] のときだけ，出力 $C=10$ [V] になるので，この関係から，表 10 の真理値表が得られる。

さて，集合 {0, 1} において，二つ以上の入力変数のすべてが "0"

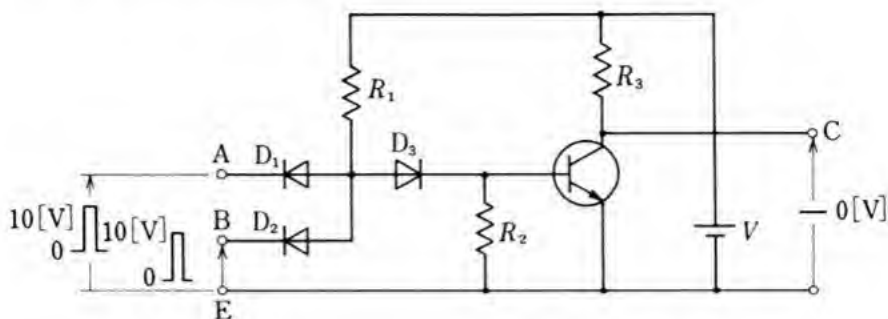



図 42　NAND 回路

表 11　真理値表

入　力		出力
A	B	C
0	0	1
1	0	1
0	1	1
1	1	0

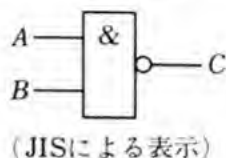



図 43　NAND 回路の図記号

のときに限り，出力変数が"1"となる演算の結果を**否定和（NOR）**という。そして，これを実現する回路，すなわち，二つ以上の入力端子と一つの出力端子をもち，入力がすべて"0"のときに限り，出力が"1"となる回路を，**NOR 回路**（NOR circuit）という。

いま，入力変数が二つ，したがって，入力端子が二つの場合を考える。二つの入力変数を A, B とし，出力変数を C とする。

このとき，A, B の否定和が C となることを次の等式で表す。

$$\boldsymbol{C=\overline{A+B}} \quad \text{または} \quad \boldsymbol{C=\overline{A\vee B}} \qquad (7)$$

また，図41が，この場合の NOR 回路の図記号である。

(6)　NAND回路

図42の回路は，AND 回路と NOT 回路を結合したものである。入力 $A=10$ [V]，$B=10$ [V] のときだけ，出力 $C=0$ [V] にな

(a) 回 路

(b) 3組-3入力NAND回路

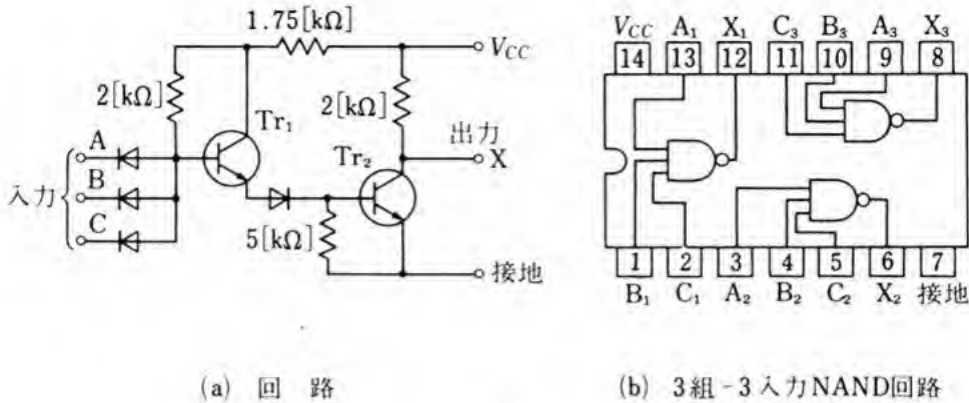



図 44 DTL 回路のディジタル IC の例

るので，この関係から表 11 の真理値表が得られる。

さて，集合 {0, 1} において，二つ以上の入力変数のすべてが "1" のときに限り，出力変数が "0" となる演算の結果を**否定積（NAND）**という。そして，これを実現する回路，すなわち，二つ以上の入力端子と一つの出力端子をもち，入力がすべて "1" のときに限り，出力が "0" となる回路を，**NAND 回路**（NAND circuit）という。

いま，入力変数が二つ，したがって，入力端子が二つの場合を考える。二つの入力変数を A, B とし，出力変数を C とする。

このとき，A, B の否定積が C となることを次の等式で表す。

$$\boldsymbol{C=\overline{A\cdot B}} \quad \text{または} \quad \boldsymbol{C=\overline{A\wedge B}} \qquad (8)$$

また，図 43 が，この場合の NAND 回路の図記号である。

(7) ディジタル I C

OR 回路，AND 回路，NOT 回路，またはこれらを結合した論理回路を構成する素子としての集積回路は，**ディジタル IC** とよばれる。

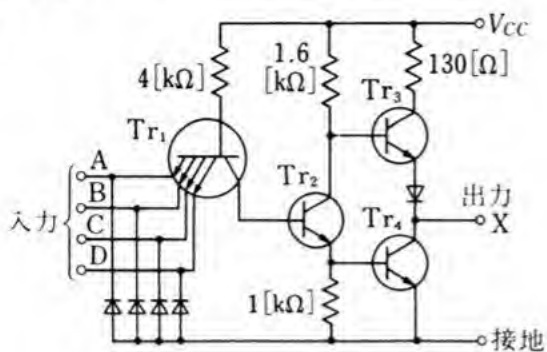
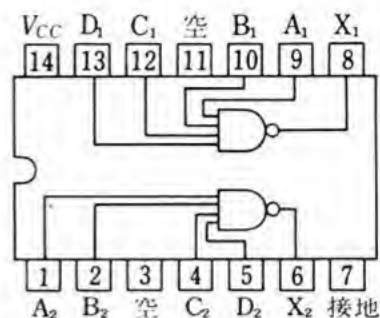
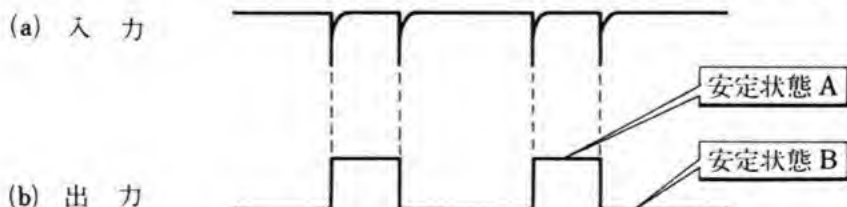
DTL 回路　**DTL**（diode transistor logic）**回路**は，ダイオードによる AND 回路や OR 回路に，トランジスタによる NOT 回路を結合したもので，ダイオード・トランジスタ論理回路ともよばれる。

(a) 回 路

(b) 2組-4入力NAND回路

図 45 TTL 回路のディィジタル IC

図 44 (a) は，ダイオードによる AND 回路と，Tr_2 による NOT 回路とを，Tr_1 による回路でつないで構成された NAND 回路である。図 (b) は，同じ働きをする3入力の NAND 回路が3組集積されたものである。

TTL 回路　**TTL** (transistor transistor logic) **回路**は，DTL 回路のダイオードを，エミッタ端子が二つ以上あるマルチエミッタトランジスタで置き換えたもので，トランジスタ・トランジスタ論理回路ともよばれる。

図 45 (a) は，Tr_1 による AND 回路と，Tr_4 による NOT 回路とを，Tr_2 による回路でつないだ NAND 回路である。入力にトランジスタを使い，さらにトランジスタ Tr_3 を付け加えることによって，DTL 回路よりスイッチングが速くなっている。

図 46 フリップフロップの動作波形

フリップフロップ　フリップフロップ (Flip Flop) は，**双安定マルチバイブレータ**ともよばれ，パルスを発生する回路であり，電子計算機の計数回路や記憶回路として使われる。

フリップフロップの動作は，図 46 (a) のような入力が入ってくるたびに，図 (b) に示すようなトランジスタの場合のオン・オフに相当する二つの状態をもつ出力が現れる。この状態は，入力がなければ，出力の状態がそのまま保たれるので，**安定状態** (stable condition) とよばれる。

フリップフロップには，いくつかの種類がある。図 47 の回路は，二つの NOR 回路をたすきがけに接続したもので，***RS* フリップフロップ**とよばれる。入力端子には，リセット R とセット S があり，出力端子には，つねに反対の状態となる Q と $\overline{Q}$ がある。

図 47 *RS* フリップフロップ

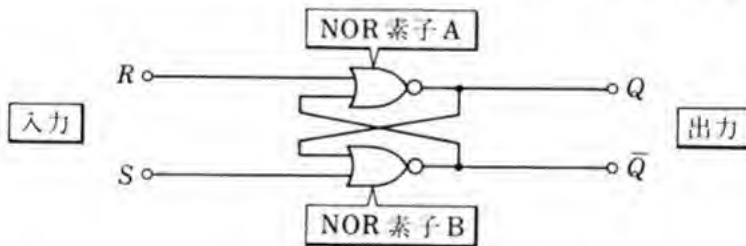
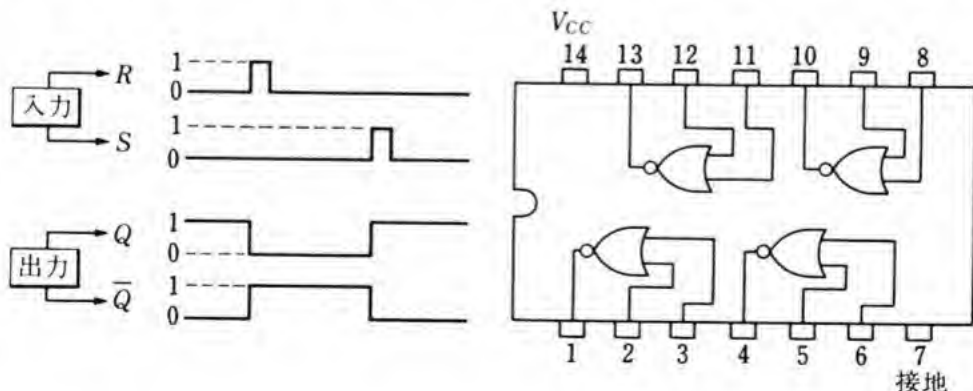



図 48 *RS* フリップフロップの動作波形　**図 49 NOR ディジタル IC**

この回路の動作は，通常は R, S ともに“0”の状態にすることから始まり，次の状態をとる。

1) R が“1”になれば，NOR 素子 A の出力は“0”になるので，Q は“0”になる。

2) S は“0”なので，Q が“0”になれば，NOR 素子 B の出力 $\overline{Q}$ は“1”になる。

3) NOR 素子 B の出力“1”が，NOR 素子 A に加えられているので，R の入力が“0”にもどっても同じ状態を保ち続ける。

4) S が“1”になれば，$\overline{Q}$ は“0”になり，Q は“1”となって，S が“0”にもどってもその状態は続く。

図 48 は，以上の動作波形を示したものである。なお，R と S が同時に“1”になると，Q, $\overline{Q}$ とも“0”になってしまい，R と S が“0”にもどったときに，Q, $\overline{Q}$ がどうなるかは不明なので，R と S を同時に“1”にすることは禁止されている。

このような RS フリップフロップは，図 49 の NOR ディジタル IC を使うことによって，容易に回路を構成することができる。

問 8. 図 47 の RS フリップフロップの真理値表を作れ。

問　　題

1. 図 50 の回路について，次の問いに答えよ。ただし，変圧器の一次側の 100 [V] 端子に 100 [V]を加えると，二次側端子には，30 [V] の交流電圧が現れる。

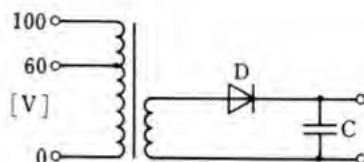



図 50

(1) このとき，ダイオードのせん頭逆方向電圧は，最低何ボルト必要か。

(2) 変圧器の一次側の 60 [V] 端子に 100 [V] を加えたとき，ダイオードのせん頭逆方向電圧は，最低何ボルト必要か。

(3) コンデンサ C の極性を図示せよ。

2. 図 51 のブリッジ形全波整流回路で，端子 ①，② 間に入力交流電圧を加え，端子 ③，④ 間に正の直流出力電圧を得たい。(a)～(c) の中で，正しいダイオードの接続はどれか。

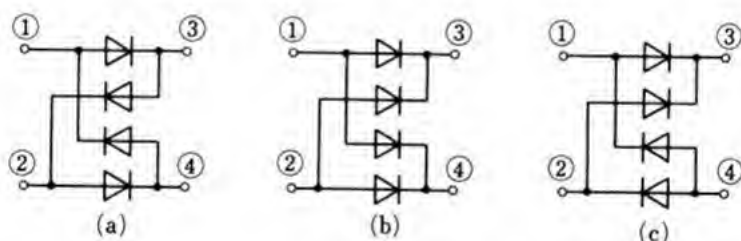



図 51

3. 図 52 (a) には，電源，トランジスタ 2 SB 56，抵抗，コンデンサがかいてあり，図 (b) はトランジスタ 2 SB 56 の静特性である。次の問いに答えよ。

(1) 図 (a) に結線をかき加えて，エミッタ接地増幅回路を完成せよ。

(2) 図 (b) の静特性上に直流負荷線を引き，動作点 P を示せ。

(3) V_{BE}, V_{CE}, I_B, I_C は，それぞれいくらか。

(4) 入力電圧 $v_i = v_{BE} = 30$ [mV] として，v_i, i_B, i_C, v_o の波形を図示し，出力電圧 v_o，電圧増幅度 A_v，および電圧利得 G_v を求めよ。

(a)

(b)

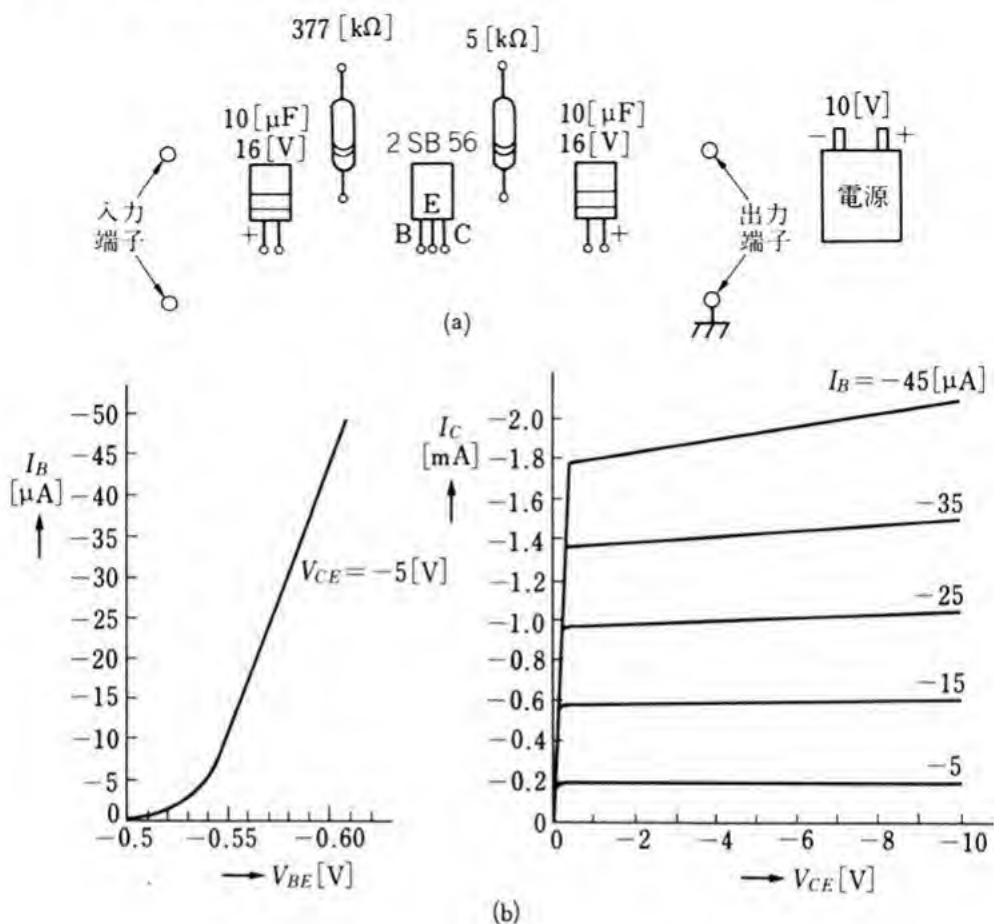



図 52

4.　図 53 (a) の回路で，A, B に加わる入力電圧が図 (b) のとき，次の問いに答えよ。

(1)　時刻が t_0 から t_5 まで経過するとき，出力 C の電圧波形を図示せよ。

(2)　2 [V] を "1"，−5 [V] を "0" とした場合，真理値表を作り，回路名を述べよ。

(a)　　(b)

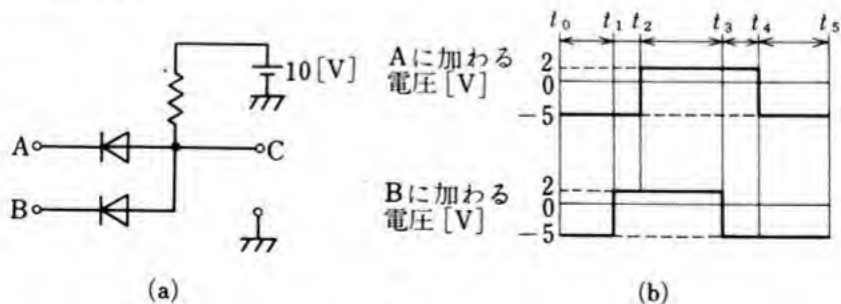



図 53

章末問題

1. ガリウム（Ga）の原子番号は31である。原子核のまわりを回っている電子の数はいくらか。また，この電子全体の電気量はいくらか。

2. ダイオードおよびトランジスタの良否を回路計によって見分けるにはどのようにしたらよいか。

3. $P_C=150$ [mW]，$V_{CE}=-25$ [V]，$I_C=-150$ [mA] の最大定格をもつトランジスタがある。次のようなコレクタ電圧 V_{CE} が加わったとき，コレクタ電流 I_C は何ミリアンペア以内でなければならないか。

(1) $V_{CE}=-0.5$ [V]，(2) $V_{CE}=-5$ [V]，(3) $V_{CE}=-25$ [V]

4. 次の用語を説明せよ。

自由電子　キャリヤ　電位障壁　逆方向電圧　ツェナ電圧
SCR　太陽電池　LSI

5. 変圧器の二次側に中性点の端子がついているものがある。この変圧器と，ダイオード2個を使うことにより，全波整流回路を構成することができる。どのように結線したらよいか。また，これはブリッジ形全波整流回路と比べて，どのような得失があるか。

6. 図1の回路で，次の順序により，端子C, D 間の電圧 V_{CD} を求めよ。ただし，$V_{BE}=0.5$ [V]，$I_C \fallingdotseq I_E$ とする。

(1) 40 [kΩ]，10 [kΩ] のブリーダ抵抗から，ベース電圧 V_B を求めよ。

(2) $V_{BE}=0.5$ [V] から，エミッタ電圧 V_E を求めよ。

(3) $I_E \fallingdotseq I_C$ から，抵抗1 [kΩ] の電圧降下を求めよ。

(4) C, D 間の電圧 V_{CD} を求めよ。

図 1

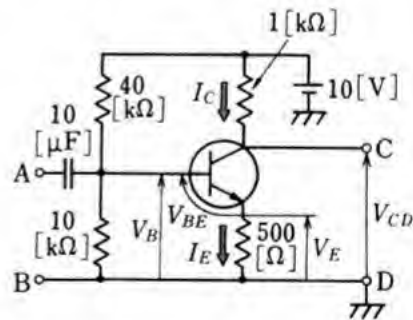
7. 図2の回路で，入力交流電圧によるベース電流の変化分が 50 [μA] の

とき，出力電圧の変化分が4 [V] になった。出力電流は入力電流の何倍か。

図 2

8. 図3の回路で，

① 入力端子 A, B に同時に2 [V]

② 入力端子 A, B に同時に −5 [V]

③ 入力端子Aに2 [V]，Bに −5 [V]

④ 入力端子Aに −5 [V]，Bに2 [V]

の電圧が加わったとき，次の(1), (2)について，真理値表・論理回路名を求め，図記号で表せ。

図 3

(1) 2 [V] を "1"，−5 [V] を "0" とする。

(2) 2 [V] を "0"，−5 [V] を "1" とする。

9. 表1(a), (b)の真理値表の回路を図記号で表せ。

表 1

(a)

入力	*A*	1	1	0	0
	B	1	0	1	0
出力	*C*	1	1	1	0

(b)

入力	*A*	1	1	0	0
	B	1	0	1	0
出力	*C*	0	1	1	1

10. 図4(a), (b)の真理値表を作れ。

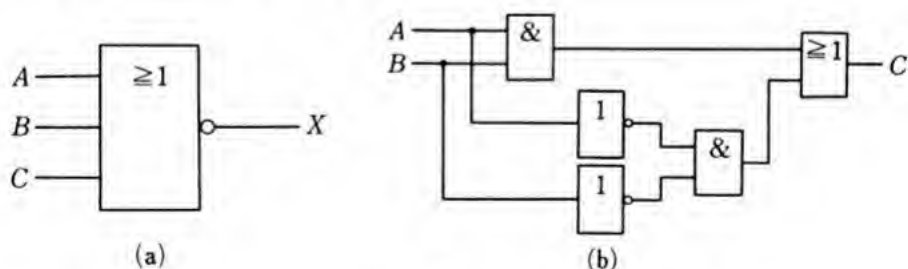



図 4

11. 次の用語を説明せよ。

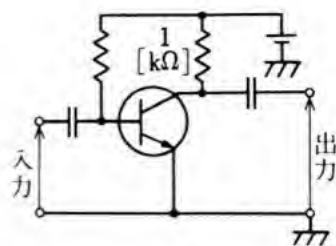
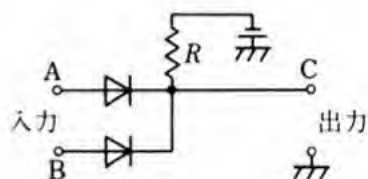
平滑回路　脈動電圧　バイアス　熱暴走　直流負荷線　OR
NAND　TTL回路　リニアIC　ディジタルIC　演算増幅器

付録　二相交流による回転磁界

図1(a)のように，巻数の等しい二つのコイルを $\frac{\pi}{2}$ [rad] ずらして配置し，これに，次に示す電流を流す。

$$\left.\begin{aligned} i_a &= I_m \sin \omega t \\ i_b &= I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

（1）の二つの交流は，位相が $\frac{\pi}{2}$ [rad] ずれており，**二相交流**(two phase AC) とよばれる。各コイル A, B には，次に示す h_a, h_b の磁界ができる。

$$\left.\begin{aligned} h_a &= kI_m \sin \omega t = H_m \sin \omega t \\ h_b &= kI_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = H_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

図 1 (b)は，（1）で示される二相交流の波形である。図の①, ②, ……, ⑧の各時刻の磁界の大きさと向きを調べて，図(c)に示す。この図から，二相交流による各コイルの合成磁界 h の大きさは，つねに H_m で一定であるが，その向きは，時間とともに回転する。各コイルに周波数が f [Hz] の二相交流が流れると，合成磁界は1秒間に f 回転する。

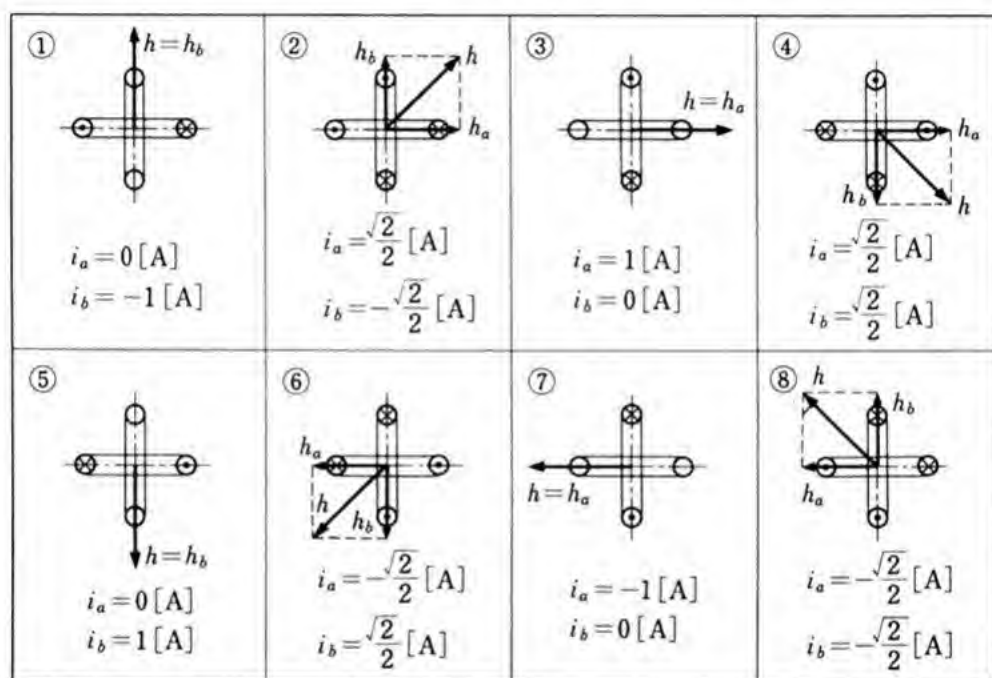
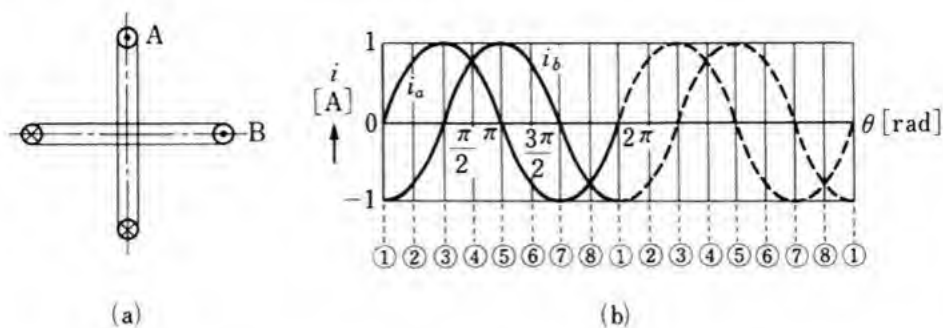



図 1　二相交流による回転磁界

問 題 解 答

第5章　交流回路の計算

1　節

問 1．(1)　$6+j2$　(2)　$-13+j11$　(3)　$11-j6$　(4)　$-5+j5$　(5)　$-j$　(6)　$-j$　(7)　1　(8)　625　(9)　$0.96-j0.28$　(10)　$0.385+j0.923$　問 2．(1)　$4\times\left(\cos\frac{\pi}{6}+j\sin\frac{\pi}{6}\right)$　(2)　$2\times\left(\cos\frac{2}{3}\pi+j\sin\frac{2}{3}\pi\right)$　(3)　$5\times\left\{\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+j\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right\}$　問 4．$10\varepsilon^{j0.927}$　問 5．$50\varepsilon^{j0.965}$，$2\varepsilon^{j0.323}$　問 6．(1)　$17.3+j10$　(2)　$8.66-j5$　問 7．$\dot{Z}=37.7\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$ [Ω]，$\dot{V}=3.77\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$ [V]　問 8．$\dot{Z}=15.9\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$ [Ω]，$\dot{I}=6.29\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$ [A]

問題 1．$4.17\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$ [A]　2．$\dot{Z}=31.4\varepsilon^{j\frac{\pi}{2}}$ [Ω]，$\dot{I}=6.37\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$ [A]　3．$\dot{Z}=26.5\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$ [Ω]，$\dot{V}=53\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{2}\right)}$ [V]

2　節

問 1．$\dot{Z}=8-j4.0$ [Ω]，$Z=8.94$ [Ω]，$\theta=-0.464$ [rad]　問 2．87.2 [V]　問 3．$\dot{Z}=50\varepsilon^{j(-0.927)}$ [Ω]，$\dot{I}=2\varepsilon^{j(0.927)}$ [A]　問 4．$\dot{I}=6.40\varepsilon^{j(-0.675)}$ [A]，$\dot{Z}=15.6\varepsilon^{j0.675}$　問 5．79.6 [Hz]　問 6．(1)　$\dot{I}_R=10$ [A]，$\dot{I}_L=-j10$ [A]，$I=14.1$ [A]　(2)　$\dot{I}_R=10$ [A]，$\dot{I}_C=j10$ [A]，$I=14.1$ [A]　(3)　$\dot{I}_R=10$ [A]，$\dot{I}_L=-j10$ [A]，$\dot{I}_C=j10$ [A]，$I=10$ [A]　問 8．$R_1R_4=R_2R_3$，$L_4=C_1R_2R_3$　問 9．$R_X=2$ [Ω]，$L_X=400$ [mH]　問 10．(1)　$G=0.0333$ [S]　(2)　$B=0.02$ [S]　(3)　$B=-0.025$ [S]

問題 1．(a)　$\dot{V}=40-j30$ [V]　(b)　$\dot{V}=30+j40$ [V]　(c)　$\dot{V}=-30-j40$ [V]　2．$\dot{Z}=3+j4$ [Ω]，$\dot{Z}=5\varepsilon^{j0.927}$ [Ω]　3．$\dot{Z}=1.92+j1.44$ [Ω]，$\dot{Y}=0.33-j0.25$ [S]　4．$f_r=1\,590$ [Hz]，$Z=10$ [Ω]

3　節

問 1．$\dot{V}_3=46.7+j46.7$ [V]　問 2．$\dot{I}_1=-1.43\times j15.4$ [A]，$\dot{I}_2=18.3+j2.71$ [A]，$\dot{I}_3=16.9+j18.1$ [A]　問 3．$I_1=3$ [mA]，$I_2=0$ [mA]，$I_3=3$ [mA]　問 4．$\dot{I}_1=4$ [A]，$\dot{I}_2=1$ [A]，$\dot{I}_3=5$ [A]　問 5．(2)　$\dot{I}_3'=0$ [A]　(3)　$I_3''=0.5$ [A]　問 6．$I_3=0.5$ [A]

問題 1．$\dot{V}=46.7+j10$ [V]　2．40 [Ω]，100 [V]

4　節

問 1．$\dot{I}_a=10$ [A]，$\dot{I}_b=-5-j8.66=10\varepsilon^{j\left(-\frac{2}{3}\pi\right)}$ [A]，$\dot{I}_c=-5+j8.66=10\varepsilon^{j\left(-\frac{4}{3}\pi\right)}$ [A]　問 2．115 [V]　問 3．$\dot{I}_a=10$ [A]，$\dot{I}_b=-5-j8.66=10\varepsilon^{j\left(-\frac{2}{3}\pi\right)}$ [A]，$\dot{I}_c=-5+j8.66=10\varepsilon^{j\left(-\frac{4}{3}\pi\right)}$ [A]　問 4．5.77 [A]　問 5．20 [A]，34.6 [A]　問 6．$\dot{I}_{ab}=\dot{I}_{ab}'=20\varepsilon^{j(-0.927)}$ [A]，$\dot{I}_{bc}=\dot{I}_{bc}'=20\varepsilon^{j(-3.02)}$ [A]，$\dot{I}_{ca}=$

$\dot{I}_{ca}'=20\varepsilon^{j(-5.12)}$ [A], $I_a=34.6\varepsilon^{j(-1.45)}$ [A], $I_b=34.6\varepsilon^{j(-3.54)}$ [A], $I_c=34.6\varepsilon^{j(-5.64)}$ [A] **問 7**. $\dot{I}_a=10\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$ [A], $\dot{I}_b=10\varepsilon^{j(-\pi)}$ [A], $\dot{I}_c=10\varepsilon^{j\left(-\frac{5}{3}\right)\pi}$ [A]
問 8. $I_p=23.1$ [A], $I_l=23.1$ [A], $P=4.80$ [kW] **問 9**. $I_p=40$ [A], $I_l=69.3$ [A], $P=14.4$ [kW] **問 10**. $P=166$ [kW], $R=34.6$ [Ω], $X_L=26.0$ [Ω]
問 11. 8.5 [kW], 0.818
問題 1. $V_l=\sqrt{3}\,V_p,\ I_l=I_p$ **2**. $V_l=V_p,\ I_l=\sqrt{3}\,I_p$ **3**. $\dot{I}_a=2.89\varepsilon^{j(-1.17)}$ [A], $\dot{I}_b=2.89\varepsilon^{j(-3.26)}$ [A], $\dot{I}_c=2.89\varepsilon^{j(-5.36)}$ [A] **4**. $\dot{I}_a=8.66\varepsilon^{j(-1.17)}$ [A], $\dot{I}_b=8.66\varepsilon^{j(-3.26)}$ [A], $\dot{I}_c=8.66\varepsilon^{j(-5.36)}$ [A] **5**. 0.808, 0.589, 10.2 [kvar]
6. 4.57×10^3 [kW]

章末問題

1. $\dot{I}=1.54+j\,2.31$ [A], $\dot{I}=2.77\varepsilon^{j(0.983)}$ [A], $\dot{Z}=36.1\varepsilon^{j(-0.983)}$ [Ω] **2**. $\dot{Z}=424\varepsilon^{j\frac{\pi}{4}}$ [Ω], $\dot{I}=0.236\varepsilon^{j\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$ [A] **3**. 56.3 [kHz] **4**. $\dot{Y}_1=0.16-j\,0.12$ [S], $\dot{Y}_2=0.12+0.16$ [S], $\dot{I}_1=16-j\,12$ [A], $\dot{I}_2=12+j\,16$ [A], $\dot{I}=28+j\,4$ [A] **5**. $\dot{Z}=3.5-j\,0.5$ [Ω], $\dot{I}=28+j\,4$ [A] **6**. $R_1R_2=\dfrac{L}{C}$ **7**. $f=0.159$ [Hz], $\dfrac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}=3$

第6章 電 気 計 測

問 6. 3.2×10^{-4} [N·m] **問 9**. 100 [kΩ], 300 [kΩ] **問 10**. (a) $V_2=9.09$ [V], $I=9.09$ [mA] (c) $I=9.91$ [mA], $V_2=9.01$ [V], $I_v=0.901$ [mA]
問 12. $I=9.05$ [mA], $V_a=41.6$ [mV] **問 13**. $R=1\,428.6$ [Ω] **問 14**. 1 245.4 [Ω] **問 15**. (b) の回路 **問 17**. (2) 40 [W], 0.8 **問 19**. (2) 600 回転 **問 22**. $r=5$ [kΩ] **問 23**. 157 [V], 111 [V] **問 25**. M_2 の方のトルクが大きい。 **問 30**. (1) 50 [s], 0.02 [Hz] (2) 80 [V], 40 [V], 28.3 [V]
問 31. (1) 4 [ms], 250 [Hz], 6 [V], 3 [V], 2.12 [V]

章末問題

2. 100 [V] **3**. (1) $r_v=400$ [kΩ] (2) $r_a=10$ [mΩ] (3) 100.001 [A]
(4) 49.0 [mV] **4**. $R_L=13.95$ [kΩ] **5**. (1) 4 [Ω] (2) $R_1=0.004$ [Ω]
(3) $R_2=99.996$ [kΩ] **6**. 16 [ms], 62.5 [Hz], 30 [V], 15 [V], 10.6 [V], 9.55 [V]

第7章 各 種 の 波 形

1 節

問 8. (1) 100 [Hz], 200π [rad/s] (2) 100 [Hz], 12.7 [V] (3) 300 [Hz], 4.24 [V] (4) 9 900 [Hz], 0.129 [V] **問 9**. (1) $V=100$ [V] (2) $V_K=5.39$ [V] (3) $k=5.39$ [%] **問 12**. (1) $i=\sqrt{2}\sin\omega t+\dfrac{\sqrt{2}}{10}\sin 3\omega t$ [A] (2) 101 [W] **問 14**. $\theta=78.9°$, $\alpha=11.1°$
問題 1. $\dfrac{1}{2n-1}$ **2**. $V=10.7$ [V], $k=38.9$ [%] **3**. 第 3 調波

2　節

問 1．$i=1.5$ [mA]，$v_C=0$ [V]　**問 3**．(1)　$Q=4.7$ [mC]　(2)　$v_C=11.8$ [V]　**問 5**．$T=10$ [s]，10 [mA]，0 [mA]，3.68 [mA]　**問 6**．②　$T=20$ [s]　③　$T=10$ [s]　**問 7**．①′　$v_C=100\times(1-\varepsilon^{-\frac{t}{40}})$ [V]　②′　$v_C=100\times(1-\varepsilon^{-\frac{t}{20}})$ [V]　③′　$v_C=100\times(1-\varepsilon^{-\frac{t}{10}})$ [V]　**問 9**．(2)　$v_C=V\varepsilon^{-\frac{t}{CR}}$ [V]，$v_R=-V\varepsilon^{-\frac{t}{CR}}$ [V]　(3)　$v_R=V\varepsilon^{-\frac{t}{CR}}$ [V]　**問 10**．1.4 [V]　**問 11**．0 [A]，0.1 [A]　**問 13**．$T_2=2$ [ms]，$T_2=4$ [ms]　**問 15**．$i=10\times(1-\varepsilon^{-\frac{1}{8}\times10^3t})$ [A]

問題 1．$T=1$ [s]　2．$\frac{L}{R}=100$ [ms]

3　節

問 1．$\frac{1}{T}=10$ [kHz]，$\frac{\tau}{T}=0.01$　**問 2**．$T=1\,100$ [µs]，$\frac{1}{T}=909$ [Hz]　**問 4**．$T=50$ [s]，$\frac{1}{T}=0.02$ [Hz]，$\frac{\tau}{T}=0.1$　**問 5**．$v_o=0$ [V]

章末問題

1．(1)　$V_1=7.07$ [V]　(2)　$V_2=1.41$ [V]，$V_3=0.354$ [V]　(3)　$V=7.22$ [V]　(4)　500 [Hz]，1 000 [Hz]　(5)　$k=20.6$ [%]

2．(1)　$I=7.91$ [mA]　(2)　$I_2=3.54$ [mA]，$I_3=0.283$ [mA]　(3)　30.1 [mW]

6．$v_R=V(1-\varepsilon^{-\frac{t}{T}})$ [V]，$v_L=V\varepsilon^{-\frac{t}{T}}$ [V]

第8章　半導体素子と回路

1　節

問 2．n 形半導体　**問 5**．正。電流の流れやすい向き　**問 6**．(1)　npn 形　(2)　a, c が正，b, d が負。c, d 間の電圧が高い。(3)　コレクタ電流　(4)　$A_3=A_1+A_2$　**問 8**．$I_B=50$ [µA]，$h_{FE}=199$　**問 9**．$h_{FE}=75$　**問 10**．$I_C=125$ [mA]

問題 4．(3)　④　7．銅：1.25 [Ω] 増加，サーミスタ：6.75 [Ω] 減少

2　節

問 1.　22.6 [V]，45.2 [V]

問 6.

入	力		出力
A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

問 7.

入	力		出力
A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

問 8.

入　力		出　力	
R	S	Q	$\bar{Q}$
0	0	（前のまま）	
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	（使わない）	

問題 1.　(1)　85 [V]　(2)　141 [V]　(3)　上側の極が正　**2.**　(c)　**3.**　(3)　$V_{BE} = -0.57$ [V]，$V_{CE} = -5$ [V]，$I_B = -25$ [μA]，$I_C = -1$ [mA]　(4)　$v_o = 4$ [V]，$A_v = 133$，$G_v = 42.5$ [dB]　**4.**　(2)

時間	入	力	出力
	A	B	C
t_0-t_1	0	0	0
t_1-t_2	0	1	0
t_2-t_3	1	1	1
t_3-t_4	1	0	0
t_4-t_5	0	0	0

AND 回路

章末問題

1．31個，-4.96×10^{-18} [C]　**3**．(1)　-150 [mA]　(2)　-30 [mA]　(3)　-6 [mA]　**6**．(1)　$V_B=2$ [V]　(2)　$V_E=1.5$ [V]　(3)　3 [V]　(4)　$V_{CD}=7$ [V]
7．80倍　**8**．(1)　OR回路

入　力		出力
A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(2)　AND回路

入　力		出力
A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

10．(a)

入　力			出力
A	B	C	X
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

(b)

入　力		出力
A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

索　　引

■別記著作者

新井　芳明　　多田　正美

飯高　成男　　柄本　治利

岩沢　孝治　　永田　博義

大島　正弘　　山田　　一

鬼塚　新一

昭和60年3月31日　文部省検定済

●表紙デザイン
杉山久仁彦

新版電気基礎B

7	実教	工業　144

昭和61年2月25日　初版発行
昭和64年2月20日　印　刷
昭和64年2月25日　発　行

©著作者　宮入　庄太　緒方　興助
ほか9名(別記)

●発行者　実教出版株式会社
代表者　奥脇誠治
東京都千代田区五番町5

●印刷者　中央印刷株式会社
代表者　林　清市
東京都新宿区新小川町4-24

●発行所　実教出版株式会社
〒102　東京都千代田区五番町5
電話　03-238-7700(代表)
振替　東京　4-183260

●定　価　文部大臣が認可し官報で告示した定価
(上記の定価は、各教科書取次供給所に表示します)

三角関数表

θ	sin θ	cos θ	tan θ	θ	sin θ	cos θ	tan θ
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	**60°**	**0.8660**	**0.5000**	**1.7321**
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	**0.5000**	**0.8660**	**0.5774**	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	**0.7071**	**0.7071**	**1.0000**	**90°**	**1.0000**	**0.0000**	—

三角関数の公式

◆ 特別な角の三角関数

θ	ラジアン	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
	度	0	30	45	60	90	120	135	150	180
$\sin\theta$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

◆ 三角関数の公式

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

(2) $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(3) $\begin{cases}\sin(-\theta)=-\sin\theta\\ \cos(-\theta)=\cos\theta\\ \tan(-\theta)=-\tan\theta\end{cases}$

(4) $\begin{cases}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta\\ \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta\end{cases}$

(5) $\begin{cases}\sin(\pi-\theta)=\sin\theta\\ \cos(\pi-\theta)=-\cos\theta\end{cases}$

(6) $\begin{cases}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\theta\\ \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta\end{cases}$

(7) $\begin{cases}\sin(\theta+\pi)=-\sin\theta\\ \cos(\theta+\pi)=-\cos\theta\end{cases}$

(8) $\begin{cases}\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta\\ \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta\end{cases}$ （複号同順）

(9) $\begin{cases}\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha\\ \cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1\end{cases}$

(10) $\begin{cases}2\sin\alpha\cos\beta=\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\\ 2\cos\alpha\sin\beta=\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\end{cases}$ $\begin{cases}2\cos\alpha\cos\beta=\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\\ -2\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\end{cases}$

佐藤恭一